

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
“КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМ. ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО ”
Факультет електроніки
Кафедра електронної інженерії

До захисту допущено
Завідувач кафедри
В. І. Тимофєєв
“ ” 20__р.

Дипломна робота


освітнього рівня «бакалавр»
за спеціальністю 153 мікро- та наносистемна техніка

на тему: «Метод вимірювання ємності»

Виконав студент IV курсу, групи ДМ-62

Зноєв Андрій Олександрович

(прізвище, ім'я, по батькові)

 (підпис)


Керівник доц., к.т.н., доц. Витязь О.О.

(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)


 (підпис)

Рецензент доц., к.т.н., доц. Михайлов С.Р.

(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

 (підпис)

Засвідчую, що у цій дипломній роботі немає
запозичень з праць інших авторів без відповідних
посилань.

Студент  (підпис)

Київ - 2020 року

“ ” 20 p.



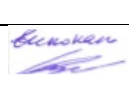
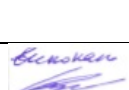
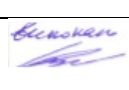
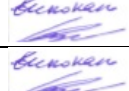
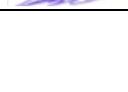
ланок. 4. Блок-схеми вимірювання ємності у ручному режимі за допомогою осцилографа та за допомогою цифрової обробки сигналів з використанням мікроконтролера. 5. Графіки та таблиці для презентації результатів.

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв

7. Дата видачі завдання _____

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1	Огляд методів вимірювання ємності	02.03-29.03	
2	Визначення реакції інтегруючої RC-ланки на експоненціальний сигнал та дослідження її особливих точок.	30.03-11.04	
3	Розроблення схем для практичної реалізації методу вимірювання та їх дослідження за допомогою симуляторів	12.04-26.04	
4	Дослідження метрологічних характеристик методу вимірювання за даними симуляції	27.04-10.05	
5	Розроблення методики натурного експерименту та її практична реалізація	11.05-20.05	
6	Підготовка пояснювальної записки диплому	21.05-01.06	
7	Підготовка презентації	02.06-10.06	

Студент


(підпис)

Зноєв А.О.

(прізвище та ініціали)

Керівник роботи


(підпис)

Витязь О.О.

(прізвище та ініціали)

РЕФЕРАТ

Дипломна робота: 63 с., 3 ч., 3 табл., 38 рис., 15 джерел.

ДИПЛОМНА РОБОТА, ВИМІРЮВАННЯ ЄМНОСТІ, ДОСЛІДЖЕННЯ, РС-ЛАНКА, ОСЦИЛОГРАФ

У роботі досліджено метод вимірювання ємності за реакцією інтегруючої РС-ланки на збуджуючий сигнал, який змінюється у часі за експоненціальним законом. Представлено теоретичні відомості про ємність та виконано огляд інших методів вимірювання ємності, таких як: метод вольтметра-амперметра, мостовий метод, резонансний метод, метод балістичного гальванометру. Проведено математичне обґрунтування можливості вимірювання ємності за допомогою методів теорії електронних кіл та обчислювальної математики. Розроблено аналогову електронну схему, яка призначена для отримання сигналу, координати особливих точок якого використовуються для визначення ємності. Представлене обґрунтування вибраних складових для аналогової електронної схеми. Досліджено випадок, при якому у нелінійному рівнянні, яке застосовується для визначення ємності, виникає невизначеність.

Розглянуто дві методики вимірювання ємності у ручному режимі за допомогою осцилографа та у автоматизованому режимі шляхом цифрової обробки сигналу. Приведено блок-схеми вимірювання ємності у ручному режимі та за допомогою цифрових технологій з використанням мікроконтролера.

Проведено аналіз метрологічних характеристик методу вимірювання та визначено діапазон оптимального вимірювання для різних порядків номіналу ємності. Представлена методика вимірювання ємності випробувана за допомогою симуляторів EveryCircuit, Proteus та шляхом натурального експерименту.

Досліджено похибку вимірювань за даними натурального експерименту, яка становить менш ніж один відсоток. Представлено аналогову електронну схему натурального експерименту та розраховано похибку вимірювання. За результатами

експериментів зроблено висновок, що запропонований метод підтверджує теоретичні передумови і задовольняє вимогам до точності результату вимірювання.

ABSTRACT

Diploma work: 63 p., 3 p., 3 tables, 38 figures, 15 references.

DIPLOMA WORK, CAPACITY MEASUREMENT, RESEARCH, RC-LINK, OSCILLOGRAPH

The paper investigates the method of measuring the capacitance by the response of the integrating RC-link to the excitation signal, which changes over time according to the exponential law. Theoretical information about the capacitance is presented and an overview of other capacitance measurement methods is performed, such as: voltmeter-ammeter method, bridge method, resonance method, ballistic galvanometer method. The mathematical substantiation of the possibility of measuring the capacity using the methods of the theory of electronic circuits and computational mathematics is carried out. An analog electronic circuit has been developed, which is designed to obtain a signal whose coordinates of special points are used to determine the capacitance. The substantiation of the selected components for the analog electronic circuit is presented. The case in which uncertainty arises in the nonlinear equation used to determine the capacitance is investigated.

Two methods of measuring capacitance in manual mode using an oscilloscope and in automated mode by digital signal processing are considered. Block diagrams of capacitance measurement in manual mode and with the help of digital technologies using a microcontroller are given.

The analysis of metrological characteristics of the measurement method is carried out and the range of optimal measurement for different orders of capacity is determined. The presented method of measuring the capacity was tested using simulators EveryCircuit, Proteus and by field experiment.

The measurement error according to the field experiment, which is less than one percent, was investigated. An analog electronic circuit of a field experiment is presented and the measurement error is calculated. According to the results of experiments, it is

concluded that the proposed method confirms the theoretical assumptions and satisfies the requirements for the accuracy of the measurement result.

ЗМІСТ

ВСТУП	9
1 ОГЛЯД МЕТОДІВ ВИМІРЮВАННЯ ЄМНОСТІ	10
1.1 Теоретичні відомості про ємність	10
1.2 Метод вольтметра – амперметра	11
1.3 Мостовий метод	15
1.4 Резонансний метод	18
1.5 Метод балістичного гальванометру	20
1.6 Висновки до першого розділу	22
2 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МЕТОДУ ВИМІРЮВАННЯ ЄМНОСТІ	24
2.1 Реакція RC-ланки на експоненціальний сигнал	24
2.2 Застосування особливої точки реакції для вимірювання ємності	29
2.3 Схема вимірювання ємності	34
2.4 Висновки до другого розділу	42
3 МЕТОДИКА ВИМІРЮВАННЯ ЄМНОСТІ	43
3.1 Метрологічні характеристики методу вимірювання ємності	43
3.2 Тестування методу за допомогою симуляторів	51
3.3 Вимірювання ємності за допомогою осцилографа	55
3.4 Вимірювання ємності за допомогою цифрових технологій	58
3.5 Висновки до третього розділу	59
ВИСНОВКИ	61
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ	62

ВСТУП

Конденсатор є одним із ключових компонентів, які застосовуються в електронних пристроях. Це двополюсний компонент, який характеризується електричною ємністю та відрізняється малою провідністю, конденсатор здатен накопичувати електричний заряд та впливати на динаміку електричних процесів у колі. Застосування конденсатора доволі різноманітне, його використовують у електричних фільтрах, джерелах живлення, селективних колах, у колах зворотнього зв'язку, для розв'язки підсилювальних каскадів за постійним струмом та інше. Його здатність упродовж тривалого часу зберігати заряд використовують в елементах пам'яті (DRAM, пристрій вибірки та зберігання). При швидкому розряді конденсатора отримують імпульс високої потужності, його використовують у імпульсних лазерах з оптичним накачуванням та інших пристроях. [1 2]

Вимірювання ємності може бути проведена різними методами, зокрема такими як: метод амперметра-вольтметра, мостовий метод, генераторний метод, компенсаційний метод, резонансний метод та інші. Кожен з цих методів має свої переваги та недоліки, свої метрологічні характеристики.

У даній роботі представлено новий метод вимірювання ємності на основі реакції RC-контурів на експоненціальний сигнал. Проведено математичне обґрунтування можливості вимірювання ємності. Розроблена аналогова схема для вимірювання ємності, яка складається з джерела періодичних прямокутних імпульсних сигналів, повторювача, інтегруючої RC-ланки, підсилювача та диференціатора. Представлена цифрова блок-схема вимірювання та проведено натурний експеримент для визначенні придатності методу для практичного застосування.

1 ОГЛЯД МЕТОДІВ ВИМІРЮВАННЯ ЄМНОСТІ

1.1 Короткі теоретичні відомості про ємність

Ємність конденсатора є одною з характеристик конденсатора и являє собою відношення заряду, який накопичується у конденсаторі, до величини напруги, прикладеної до обкладинок.

$$C = \frac{q}{U}, \quad (1.1)$$

де q - заряд, Кл;

U - напруга прикладена до обкладинок конденсатора, В.

Ємність конденсатора вимірюється у Фарадах. На практиці зазвичай використовують конденсатори ємністю від пікофарад (1 пФ= 10^{-12} Ф) до сотень мікрофарад (1мкФ= 10^{-6} Ф) [5] .

Ємність залежить від форми і розмірів електродів конденсатора, їх розташування і властивостей діелектрика, що розділяє електроди.

$$C = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot S}{d}, \quad (1.2)$$

де d – товщина діелектрика, см;

S – активна площа обкладинок, см²;

ε – діелектрична проникність.

Як правило значення ємності маркується на конденсаторі, тим не менш існує ряд причин, для чого потрібно проводити вимірювання:

- для відбраковки вироблених конденсаторів, ємність яких не відповідає маркуванню конденсатора;

- для дослідження впливу процесів старіння та умов експлуатації конденсаторів на номінальне значення ємності;
- для оптимізації конструктивних рішень в контексті зменшення паразитних ємностей, які впливають на динамічні властивості конструкції.

Діапазон вимірюваної ємності простягається від пікофарад до сотень мікрофарад. Вибір використовуваного методу залежить від значення вимірюваної ємності, необхідної точності та умов вимірювання таких як: температура навколишнього середовища, частота і величина напруги живлення.

Методи вимірювання ємності розділяються на дві групи – прямі та непрямі. Непрямі методи засновані на використанні амперметра, вольтметра та ватметра. До прямих методів можна віднести мостові методи і методи безпосередньої оцінки. Для прямих методів використовують мости змінного струму, цифрові мости, фарадаметри з електромагнітним або електродинамічним вимірювальним механізмом на принципі логометра. Їх застосовують при грубих вимірах великих ємностей. На цьому принципі побудовані і генріметри. [4]

1.2 Метод вольтметра – амперметра

Метод вимірювання електричного опору за допомогою амперметра та вольтметра ґрунтується на використанні закону Ома для ділянки кола. Струм переважно вимірюють амперметром, а спад напруги вимірюється вольтметром, що і зумовило назву методу. Цей метод підходить для виконання вимірювань у широкому діапазоні струмів і напруги, які перекриваються діапазонами вимірювань амперметрів і вольтметрів. Принципова схема вимірювання ємності зображена на рис. 1.1.

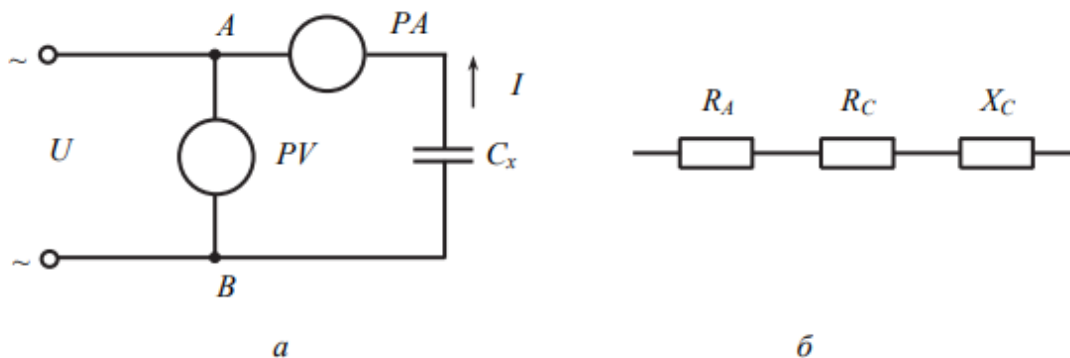


Рисунок 1.1 – а – схема вимірювання ємності методом вольтметра – амперметра, б - еквівалентна схема ділянки електричного кола між точками А-В

Вимірювання ємності проходить на змінному струмі. Реактивний опір ємності на частоті f_0 знаходиться за формулою:

$$X_0 = \frac{1}{\omega_0 \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot C}. \quad (1.3)$$

Частота f_0 зазвичай задається рівною 100 або 1000 Гц, але, так як реактивний опір ємності великий, то використовується схема з послідовним включенням амперметра (рис. 1.1, а). Еквівалентна схема ділянки електричного кола між точками А-В приведена на рис. 1.1, б, де R_A, R_C – активний опір амперметра та ємності, X_C – реактивний опір ємності.

Якщо знехтувати опором амперметра R_A та втратами у конденсаторі на R_C , то значення вимірюваної ємності можна розрахувати за формулою:

$$C' = \frac{I}{\omega_0 \cdot U}, \quad (1.4)$$

де U – діюча напруга, В;

I – діючий струм.

При такому нехтуванні з'являється систематична похибка методу вимірювання. Для її оцінки необхідно визначити значення ємності з урахуванням внутрішнього опору амперметра та втрат на конденсаторі. [6]

Модуль повного опору ділянки електричного кола А-В знаходиться за формулою:

$$|Z_e| = \sqrt{(R_A + R_C)^2 + X_C^2} = \sqrt{(R_A + R_C)^2 + \frac{1}{(\omega_0 \cdot C)^2}} \quad (1.5)$$

де R_A – активний опір амперметра;

R_C – активний опір ємності;

X_C – реактивний опір ємності.

Числове значення модуля опору Z_e розраховується за законом Ома, при вимірюванні діючих значень струму I та напруги U у колі:

$$|Z| = \frac{U}{I}, \quad (1.6)$$

де U та I – діючі напруга та струм відповідно.

Прирівнявши праві частини виразів (1.5) та (1.6), отримаємо уточнене значення вимірюваної ємності:

$$C = \frac{1}{\omega_0 \cdot \sqrt{\left(\frac{U}{I}\right)^2 - (R_A + R_C)^2}}. \quad (1.7)$$

Відносне значення похибки

$$\delta_{CS} = \frac{C' - C}{C} = \left(\frac{C'}{C} - 1\right) = \sqrt{1 - \left[\frac{I}{U} \cdot (R_A + R_C)\right]^2} - 1. \quad (1.8)$$

Використовуючи формулу приблизного розрахунку, отримаємо:

$$\sqrt{1 \mp \Delta} \cong 1 \mp \frac{\Delta}{2}. \quad (1.9)$$

Взявши до уваги, що $\frac{I}{U} \cong \frac{1}{X_C} = \omega \cdot C$, вираз (1.8) можна спростити до вигляду:

$$\delta_{CS} = \frac{1}{2} \cdot [\omega \cdot C(R_A + R_C)]^2. \quad (1.10)$$

Мінімальна відносна похибка вимірювання ємності методом вольтметра-амперметра досягається при використанні ідеального амперметра, тобто $R_A = 0$. У такому випадку:

$$\delta_{CSmin} = \frac{1}{2} (\omega_0 \cdot C \cdot R_C)^2 = -tg^2 \frac{\delta}{2}, \quad (1.11)$$

де $tg \delta = \frac{R_C}{X_C}$ – тангенс кута втрат конденсатора.

Інструментальна похибка вимірювання ємності оцінюється за формулою:

$$\delta_{IS} = \mp (\delta_A + \delta_V + \delta_f), \quad (1.12)$$

де δ_f – систематична похибка встановлення частоти генератора.

Сумарна похибка вимірювання ємності розраховується за формулою: [6]

$$\delta_{\Sigma} = \mp (\delta_{CS} + \delta_{IS}). \quad (1.13)$$

1.3 Мостовий метод

Мостова схема являє собою з'єднання елементів електричного кола таких як опір, випрямляючі діоди та інше.

За основу мостової схеми було прийнято схему мосту Уїтстона (рис. 1.2).

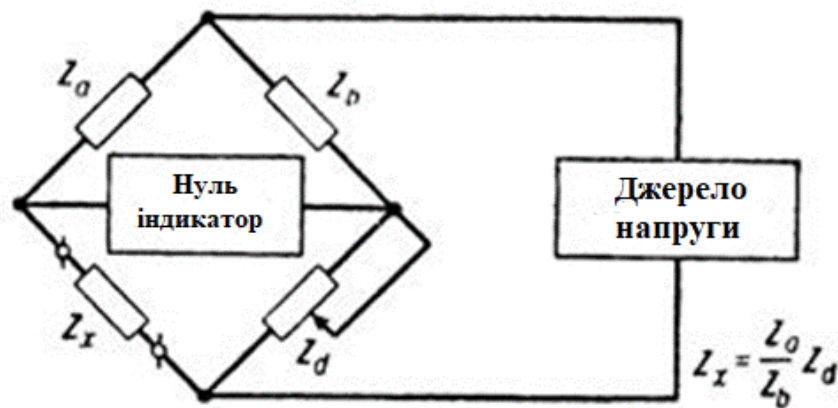


Рисунок 1.2 – Схема моста Уїтстона

Принцип дії мостової схеми засновано на рівності співвідношень повних опорів на плечах моста $\frac{Z_x}{Z_d} = \frac{Z_a}{Z_b}$, через діагональ моста струм не протікає (нуль індикатор). За допомогою високої чутливості індикатора досягається доволі точне співвідношення рівноваги опорів. На цьому принципі засновані мостові вимірювання. У ролі живлення для мостових схем використовують генератори напруги як постійного так і змінного струму. Балансування мостової схеми не залежить від коливань напруги генератора живлення.

Мостові схеми широко використовуються для знаходження неелектричних величин електричним вимірюванням за допомогою датчиків – перетворювачів виміряних величин у функціонально зв'язані з параметрами електричного кола. Мостові вимірювання відносяться до категорії приладів порівняння.

Вимірювання ємності проходить на змінному струмі. Для досягнення комплексної рівноваги на змінному струмі потребується регулювання як правило

не менше двох змінних параметрів. При цьому можна одночасно визначати дві складові комплексного опору: R та L , L та Q , C та $tg\varphi$ та інше.

Мостова схема для вимірювання ємності наведена на рисунку 1.3.

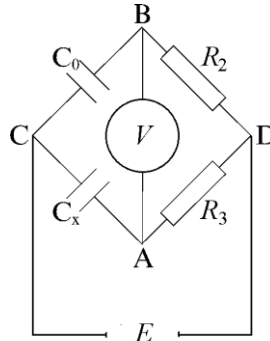


Рисунок 1.3 – Мостова схема вимірювання ємності

Мостова схема для вимірювання ємності складається з: R_3, R_2 – магазини опору, C_0 – магазин ємностей, C_x – конденсатор з невідомою ємністю, яку треба знайти. У якості джерела напруги використовується, наприклад, генератор ГЗ-34, по діагоналі напруга вимірюється, наприклад, мілівольтметром ВЗ-39.

Ємнісний реактивний опір визначається формулою:

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}, \quad (1.14)$$

де $\omega = 2\pi \cdot f$ – кругова частота,

f – частота змінного струму.

Повні опори плеч такого моста дорівнюють:

$$Z_1 = X_1 = \frac{1}{\omega \cdot C_0} \quad (R_1 = 0);$$

$$Z_2 = R_2 \quad (X_2 = 0);$$

$$Z_3 = R_3 \quad (X_3 = 0);$$

$$Z_4 = X_4 = \frac{1}{\omega \cdot C_4} \quad (R_4 = 0).$$

Рівняння балансу повного опору (імпедансів) з урахуванням комплексних змінних прийматиме вигляд:

$$(R_1 + i \cdot X_1) \cdot (R_3 + i \cdot X_3) = (R_2 + i \cdot X_2) \cdot (R_4 + i \cdot X_4), \quad (1.15)$$

де R – активна складова повного опору,

X – реактивна складова повного опору.

Виконання (1.15) можливе тільки при умові одночасної рівноваги дійсних та уявних частин, тому (1.15) перетворюється у систему з двох рівнянь:

$$R_1 \cdot R_3 - X_1 \cdot X_3 = R_2 \cdot R_4 - X_2 \cdot X_4, \quad (1.16)$$

$$X_1 \cdot R_3 + X_3 \cdot R_1 = X_2 \cdot R_4 + X_4 \cdot R_2. \quad (1.17)$$

Підставляючи відомі значення повних опорів у рівняння (1.16) та (1.17) на виході отримуємо, що (1.16) виконується автоматично, а (1.17) приймає вигляд:

$$X_1 \cdot R_3 = X_4 \cdot R_2. \quad (1.18)$$

Підставивши у (1.18) значення реактивних опорів X_1 та X_2 , отримаємо:

$$C_x = C_0 \cdot \frac{R_2}{R_3}. \quad (1.19)$$

При збалансованому мості номінал невідомої ємності знаходиться при відомих величинах C_0, R_2, R_3 [7 8].

1.4 Резонансний метод

Резонансний метод вимірювання оснований на коливальному контурі, налаштованому на резонанс, він містить зразковий та невідомий елементи (ємність або індуктивність). Цей метод використовують для знаходження ємності та індуктивності на високих частотах, так як на малих частотах резонанс з'являється з затримкою, що не дозволяє отримати достатньо високу точність.

Універсальним приладом для вимірювання параметрів кіл резонансним методом є куметр, у якому основне вимірювальне коло це послідовний резонансний контур. Для вимірювання малих значень ємності C_x (при виконанні умови $C_{0\min} < C_x < C_{0\max}$, де $C_{0\max}$, $C_{0\min}$ — значення максимальної та мінімальної робочої ємності куметра), невідомий компонент вмикають у контур паралельно (рис. 1.4).

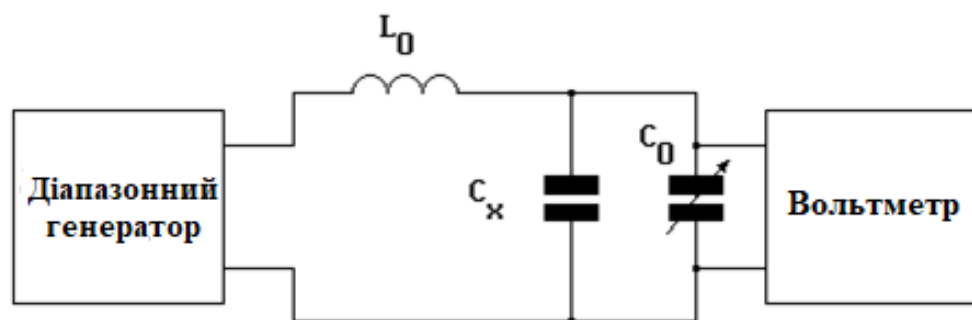


Рисунок 1.4 – Паралельна схема підключення невідомого конденсатора до куметру

При умові, коли невідома ємність більше максимальної робочої ємності куметра $C_x > C_{0\max}$, вимірювану ємність підключають до куметра послідовно (рис. 1.5). Робоча індуктивність L_0 із куметра, утворюючи резонансний контур, повинна відповідати частоті, на якій проходить вимірювання.

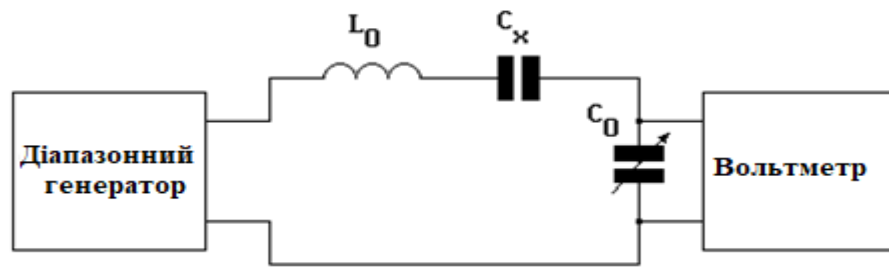


Рисунок 1.5 – Послідовне підключення невідомої ємності конденсатора до куметру

Джерелом синусоїдальних сигналів, що подаються на резонансний контур, являється генератор струму, який навантажений малим активним опором $R \ll 0.01$ Ом. Частота коливань генератора змінюється у широкому діапазоні. Рівень вихідного сигналу має підтримуватися постійним, для цього на вихід генератора підключають вольтметр.

За допомогою резонансних схем вимірювання проходить шляхом заміщення, при якому один и той же ефект повторюють двічі (наприклад, резонанс на фіксованій частоті). Перше вимірювання проходить без підключення невідомої ємності, фіксується значення резонансу робочої ємності C_0 . Друге вимірювання проходить з підключенням невідомої ємності та фіксується нове значення резонансу робочої ємності куметра C_1 .

Розрахунок невідомої ємності при паралельному підключенні(рис. 1.4):

$$C_x = C_0 - C_1. \quad (1.20)$$

Розрахунок невідомої ємності при послідовному підключенні(рис. 1.5):

$$C_x = \frac{C_0 \cdot C_1}{C_1 - C_0}. \quad (1.21)$$

Похибки вимірювання куметром параметрів ємності, індуктивності та ін. в залежності від використовуваної схеми варіюються від 1 до 5%. Така похибка може бути викликана такими причинами: нестабільністю генератора, неточністю шкали конденсатора еталонної ємності C_0 , похибкою приладів вимірювання, похибкою читання показань. [3, 6, 9]

1.5 Метод балістичного гальванометру

Згідно з формулою (1.1) для знаходження ємності конденсатора нам потрібно знати різницю потенціалів U на обкладинках конденсатора та заряд q . За допомогою балістичного гальванометра можна виміряти заряд, що проходить через рамку гальванометра за час, значно менший періоду його коливань. Оскільки час заряду конденсатора доволі менше періоду коливань рамки балістичного гальванометру, його застосовують для вимірювання заряду конденсатора. Різниця між балістичним гальванометром та звичайним гальванометром магнітоелектричної системи полягає у тому, що рухома частина балістичного гальванометру робиться більш масивною та має великий момент інерції.

Принципову схему балістичного гальванометра показано на рисунку 1.6.

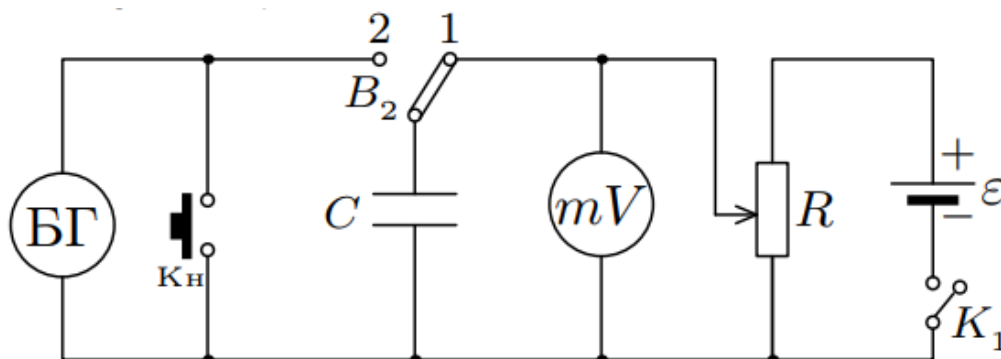


Рисунок 1.6 – Принципова схема балістичного гальванометра

Поворот рамки балістичного гальванометру розраховується за формулою:

$$\alpha_0 = \frac{1}{\beta} \cdot q_0 , \quad (1.22)$$

де α_0 – кут повороту рамки,

β – динамічна постійна, визначає величину заряду, при протіканні якого через рамку вона повернеться на кут, рівний 1 радіану.

Кут нахилу «зайчика» гальванометру дорівнює:

$$\alpha_0 = \frac{n}{2 \cdot l} , \quad (1.23)$$

де n – число поділок шкали відхилення «зайчика» при розряді конденсатора,
 l – відстань від дзеркала до шкали.

Підставивши значення q_0 з формули (1.22) в рівняння (1.1) та враховуючи формулу (1.23) отримаємо вираз:

$$C_0 = \frac{\beta \cdot n_0}{2 \cdot l \cdot U} , \quad (1.24)$$

де C_0 – еталона ємність конденсатора гальванометра.

Враховуючи рівняння (1.24) формула невідомої ємності буде мати вигляд:

$$C_x = \frac{\beta \cdot n_x}{2 \cdot l \cdot U} . \quad (1.25)$$

Підставляючи (1.25) у формулу (1.24) отримаємо кінцеве рівняння для невідомої ємності конденсатора:

$$C_x = C_0 \cdot \frac{n_x}{n_0} . \quad (1.26)$$

Вище описані методи вимірювання ємності являються основними, які набули найбільшого розповсюдження, проте існують і інші методи вимірювання, такі як: генераторний метод (подібний до резонансного методу) [14], компенсаційний (нульовий) метод [15] та інші.

1.6 Висновки до першого розділу

У першому розділі розглянуто основні методи вимірювання ємності та короткі теоретичні відомості про ємність. Методи мають свої переваги та недоліки. Для метода вольтметра – амперметра слід враховувати, що метод призначений для вимірювання великих номіналів конденсатора та має неоднозначну точність вимірювання, оскільки вона залежить від класу точності приладів (вольтметра та амперметра) та наявності методичної похибки. Перевагою являється простота методу вимірювання.

Мостові методи являються точними, оскільки мають високу чутливість та широкий діапазон вимірювання значень параметрів, проте на практиці досягти ідеального балансу доволі важко. На основі мостових методів вимірювання будуються універсальні аналогові та цифрові прилади. Перевагою мостового методу являється добра точність вимірювання на низьких частотах.

Для резонансного методу головними джерелами похибки являються: похибка налаштування коливальної системи у резонанс з генератором, похибка визначення стійкості частоти генератора, величина паразитних параметрів коливального контуру. Похибка резонансних методів становить приблизно 2-5%. Проте для майже повного видалення похибки можливе об'єднання резонансного методу з методом заміщення. Перевагою резонансного методу являється добра точність вимірювання на високих частотах.

Перевагою метода балістичного маятника являється те, що енергія виражається через основні механічні та фізичні характеристики крутильного

маятника. Всі такі величини можна достатньо точно виміряти і проконтролювати, можливе абсолютне калібрування. Але робота з більшістю подібних приладів пов'язана зі значними експериментальними труднощами, причому експериментатор має бути досвідченим у використанні приладу. Тому цей метод в самому найближчому майбутньому не буде розроблений настільки, що стане придатним для звичайних лабораторних вимірювань. [10]

2 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МЕТОДУ ВИМІРЮВАННЯ ЄМНОСТІ

2.1 Реакція RC-ланки на експоненціальний сигнал

RC-ланка – електричне коло, що складається з конденсатора та резистора. RC-ланка буває двох видів підключення: інтегруюче коло (фільтр низьких частот) та диференційне коло (фільтр високих частот). Для реалізації нового методу вимірювання використовується інтегруюче RC-коло (рис. 2.1). На вході підключається джерело експоненціального сигналу

$$V_{in} = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau_e}}, \quad (2.1)$$

де A – амплітуда вхідного сигналу,

τ_e – параметр вхідного сигналу, який характеризує затухання експоненти.

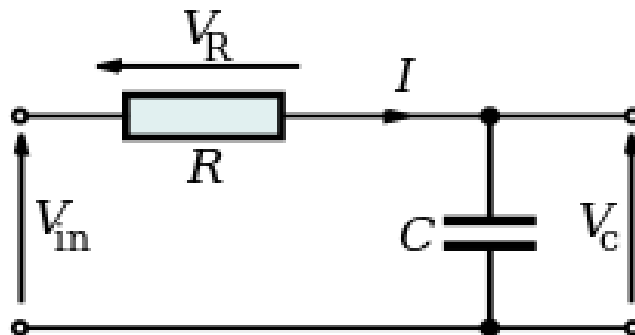


Рисунок 2.1 – Інтегруюче RC-коло

На виході знімається реакція у вигляді залежності напруги конденсатора V_C від часу t . Метод ґрунтується на визначенні координат реакції, які відповідають максимальній напрузі на конденсаторі, та дозволяють за аналітичним описом реакції RC-ланки розрахувати невідому підключену ємність.

Для знаходження залежності V_C від часу необхідно дослідити реакцію ланки (рис. 2.1) на експоненціальний сигнал. Для цього скористаємося операторним методом.

Операторний метод використовується для розрахунку та аналізу перехідних процесів за допомогою складання рівнянь електричного стану кола за законами Ома і Кіргофа. Сутність метода полягає в тому, що функцію $f(t)$ змінної t , яку називають оригіналом, замінюється іншою функцією $F(p)$ комплексної змінної $p = s + j \cdot \omega$, яка називається зображенням. При цьому операції диференціювання та інтегрування замінюються відповідними операціями множення та ділення функцій комплексної змінної на оператор p , це дозволяє спростити розрахунки та звести систему диференціальних рівнянь до системи алгебраїчних рівнянь. Цей метод широко використовується у інженерній практиці.

Для знаходження зображення $F(p)$ функції $f(t)$ використовують інтеграл Лапласа. Перетворення Лапласа буває двох видів: пряме та зворотне.[11,12,13]

Пряме перетворення знаходять за формулою:

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-p \cdot t} f(t) dt. \quad (2.2)$$

Перехід від зображення до оригіналу здійснюється за допомоги зворотнього перетворення Лапласа:

$$f(t) = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot j} \cdot \int_{v-j\infty}^{v+j\infty} f(p) \cdot e^{p \cdot t} dp. \quad (2.3)$$

Для дослідження RC-ланки необхідно знайти зображення вхідної напруги.

Знайдемо зображення сигналу V_{in} , для цього підставимо вхідну напругу як функцію часу t у формулу (2.2):

$$E(p) = \int_0^{\infty} V_{in}(t) \cdot e^{-p \cdot t} dt. \quad (2.4)$$

Підставляємо (2.1) у (2.4) та розраховуємо інтеграл:

$$E(p) = \int_0^{\infty} A \cdot e^{-\frac{t}{\tau_e}} \cdot e^{-p \cdot t} dt. \quad (2.5)$$

При множенні оригіналу на деякий коефіцієнт на той же коефіцієнт множать зображення. Для зручності винесемо коефіцієнт A за інтеграл:

$$\begin{aligned} E(p) &= A \cdot \int_0^{\infty} e^{-\frac{t}{\tau_e}} \cdot e^{-p \cdot t} dt. \quad (2.6) \\ E(p) &= A \cdot \int_0^{\infty} e^{(-\frac{t}{\tau_e} - p \cdot t)} dt = \\ &= A \cdot \int_0^{\infty} e^{-t \cdot (p + \frac{1}{\tau_e})} dt = \\ &= A \cdot \frac{-1}{p + \frac{1}{\tau_e}} \cdot \int_0^{\infty} e^{-t \cdot (p + \frac{1}{\tau_e})} d \left[-t \cdot \left(p + \frac{1}{\tau_e} \right) \right] = \\ &= -\frac{A}{p + \frac{1}{\tau_e}} \cdot (e^{-t \cdot (p + \frac{1}{\tau_e})}) \Big|_0^{\infty} = \\ &= -\frac{A}{p + \frac{1}{\tau_e}} \cdot (0 - 1) = \frac{A}{p + \frac{1}{\tau_e}}. \\ E(p) &= \frac{A}{s + \frac{1}{\tau_e}}. \quad (2.7) \end{aligned}$$

Для знаходження вихідної напруги $U_c(p)$ скористаємося формулою дільника напруги:

$$U_c(p) = \frac{Z_c}{Z_c + r} \cdot E(p), \quad (2.8)$$

де $Z_c = \frac{1}{p \cdot C}$ – операторний опір конденсатора,

$E(p)$ – операторне зображення напруги джерела сигналу.

Підставляємо (2.7) у (2.8), отримуємо:

$$U_c(p) = \frac{\frac{1}{p \cdot C}}{\frac{1}{p \cdot C} + r} \cdot \frac{A}{p + \frac{1}{\tau_e}}. \quad (2.9)$$

Спростимо вираз (2.9) та знайдемо полюси зображення $U_c(p)$:

$$U_c(p) = \frac{A}{\left(p + \frac{1}{\tau_e}\right) \cdot \left(p + \frac{1}{\tau_c}\right) \cdot r \cdot C}. \quad (2.10)$$

Полюси зображення (2.10) $p_1 = -\frac{1}{\tau_e}$, $p_2 = -\frac{1}{\tau_c}$.

Оскільки отримані полюси прості, залежність напруги виходу від часу (оригінал) має наступний вигляд:

$$U_c(t) = K_1 e^{p_1 \cdot t} + K_2 e^{p_2 \cdot t} = K_1 e^{-\frac{t}{\tau_e}} + K_2 e^{-\frac{t}{\tau_c}}. \quad (2.11)$$

Знайдемо коефіцієнти K_1 та K_2 :

$$\begin{aligned} K_1 &= U_c(p) \cdot (p - p_1) = \\ &= \frac{A \cdot (p - p_1)}{(p - p_1) \cdot (p - p_2)} = [p = p_1] = \\ &= \frac{A}{(p_1 - p_2) \cdot r \cdot C} = \frac{A}{\tau_c \left(\frac{1}{\tau_c} - \frac{1}{\tau_e}\right)} = \frac{A \cdot \tau_e}{\tau_e - \tau_c}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} K_2 &= U_c(p) \cdot (p - p_2) = \\ &= \frac{A \cdot (p - p_2)}{(p - p_1) \cdot (p - p_2)} = [p = p_2] = \end{aligned}$$

$$= \frac{A}{(p_2 - p_1) \cdot r \cdot C} = \frac{A}{\tau_c \left(\frac{1}{\tau_e} - \frac{1}{\tau_c} \right)} = - \frac{A \cdot \tau_e}{\tau_e - \tau_c}. \quad (2.13)$$

Підставимо (2.12) та (2.13) у (2.11) та отримаємо повний вираз для розрахунку напруги конденсатора:

$$U_c(t) = \frac{A \cdot \tau_e}{(\tau_e - \tau_c)} \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau_e}} - e^{-\frac{t}{\tau_c}} \right). \quad (2.14)$$

Побудуємо графік залежності напруги від часу за формулою (2.14) за допомогою засобів MatLab.

Лістинг коду:

```
A=1;
te=1e-2;
tc=1.1e-2;
t0=0;
tend=0.1;
N=50;
ti = linspace(t0,tend,50);
a=1;
b=length(ti);
Uc=zeros(size(ti));

for i =a:1:b

    t=ti(i);
    Uc(i)=(A*te/((te-tc)))*(exp(-t/te)-exp(-t/tc));

end

figure(1)
plot(ti, Uc);
xlabel('t, c','FontSize',12)
ylabel('Uc, B','FontSize',12)
title('Напруга виходу','FontSize',10)
grid on
```

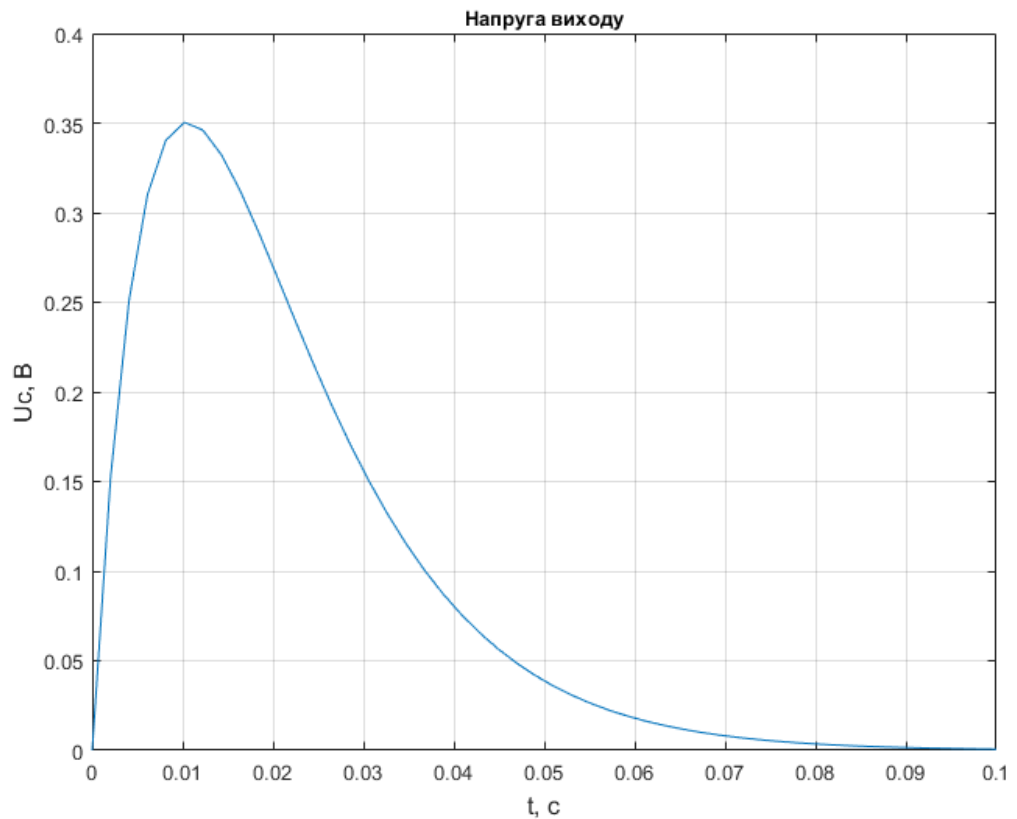


Рисунок 2.2 – Залежність напруги U_C від часу

Отримана залежність напруги від часу має точку максимуму, координати якої можна використати для визначення невідомої ємності, яка входить до τ_c . Щоб визначити часову координату точки максимуму t_{max} , дослідимо функцію (2.14).

2.2 Застосування особливої точки реакції для вимірювання ємності

Для знаходження особливої точки реакції (точки максимуму) скористаємося формулою (2.14) та побудованим графіком залежності напруги від часу, представленим на рис. 2.3.

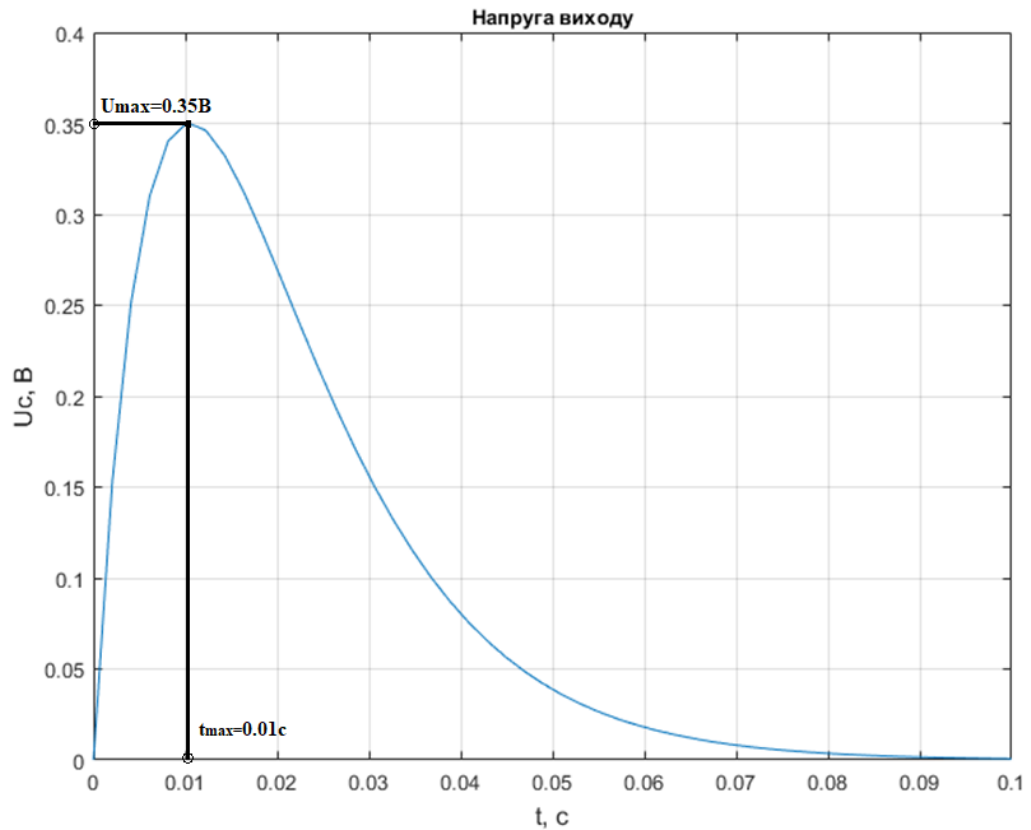


Рисунок 2.3 –Залежність напруги U_c від часу з позначеними координатами точки максимуму

Вимірювання часової координати максимуму t_{max} по максимальній напрузі U_{max} може мати доволі велику похибку, оскільки в околі максимуму значення напруги змінюється повільно. Тому використаємо похідну напруги за часом, оскільки в околі максимуму змінюється не лише значення похідної, а і її знак.

Знайдемо похідну функції та зобразимо її графічно:

$$U'_c = \frac{dU_c}{dt}. \quad (2.15)$$

$$\frac{dU_c}{dt} = \frac{A \cdot \tau_e}{\tau_e - \tau_c} \left(-\frac{1}{\tau_e} e^{-\frac{t}{\tau_e}} + \frac{1}{\tau_c} e^{-\frac{t}{\tau_c}} \right) \quad (2.16)$$

Похідна напруги на ємності (2.16) (вихідної напруги інтегруючої RC-ланки) зображена на рисунку 2.4.

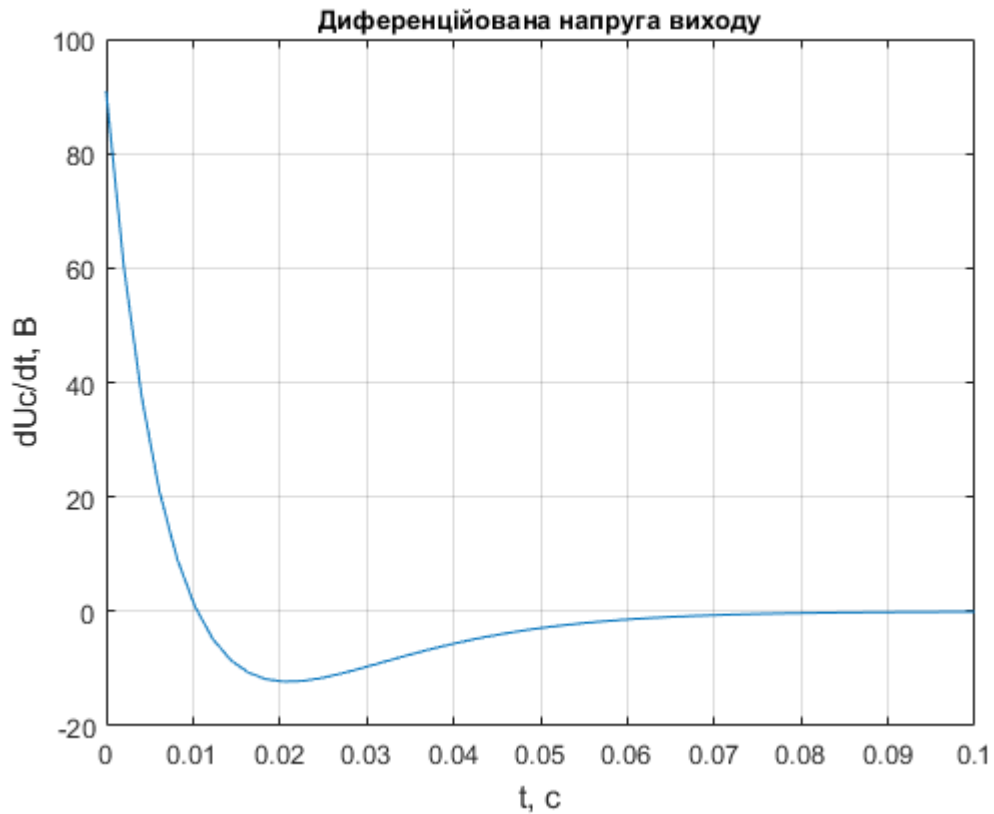


Рисунок 2.4 – Похідна напруги $U_c(t)$

З представленого графіку (рис. 2.4) добре видно, що швидкість зміни похідної вихідного сигналу у точці перетину осі часу, яка відповідає максимуму реакції U_c , набагато перевищує швидкість зміни самої реакції у цій точці. Це дозволяє з меншою похибкою виміряти час t_{max} .

Для знаходження рівняння, за яким можна обчислити t_{max} дослідимо функцію (2.15) на екстремум. Для цього прирівняємо похідну до нуля.

$$\frac{dU_c}{dt} = 0. \quad (2.17)$$

$$\frac{A \cdot \tau_e}{\tau_e - \tau_c} \cdot \left(-\frac{1}{\tau_e} e^{-\frac{t}{\tau_e}} + \frac{1}{\tau_c} e^{-\frac{t}{\tau_c}} \right) = 0. \quad (2.18)$$

Після спрощення виразу (2.18), отримуємо:

$$\frac{1}{\tau_c} e^{-\frac{t}{\tau_c}} - \frac{1}{\tau_e} e^{-\frac{t}{\tau_e}} = 0. \quad (2.19)$$

Зведемо (2.19) до вигляду, коли експоненти знаходяться ліворуч, а постійні часу праворуч:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_c} e^{-\frac{t}{\tau_c}} &= \frac{1}{\tau_e} e^{-\frac{t}{\tau_e}}; \\ e^{-\frac{t}{\tau_c}} \cdot e^{\frac{t}{\tau_e}} &= \frac{\tau_c}{\tau_e}. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Логарифмуємо ліву та праву частини для того, щоб позбутися експоненти:

$$\ln\left(\frac{\tau_c}{\tau_e}\right) = \frac{t}{\tau_e} - \frac{t}{\tau_c}. \quad (2.21)$$

Виносимо час за дужки та залишаємо у лівій частині, а все інше зносимо праворуч. Тоді час максимуму можна розрахувати по формулі:

$$t_{max} = \ln\left(\frac{\tau_c}{\tau_e}\right) \cdot \frac{\tau_e \cdot \tau_c}{\tau_c - \tau_e}. \quad (2.22)$$

Оскільки постійна часу $\tau_c = r \cdot C$, то для знаходження невідомої ємності необхідно розв'язати нелінійне рівняння (2.22) відносно τ_c . Для цього необхідно прирівняти нелінійне рівняння (2.22) до нуля, тоді воно набуває вигляду:

$$\ln\left(\frac{\tau_c}{\tau_e}\right) \cdot \frac{\tau_e \cdot \tau_c}{\tau_c - \tau_e} - t_{max} = 0. \quad (2.23)$$

Розв'язок нелінійного рівняння можна виконати за допомогою пакету програм MatLab, використовуючи функцію fsolve, або за допомогою Wolfram

Mathematica, використавши функцію solve. Для цього вимірюємо час максимуму t_{max} за похідною реакції та підставляємо у (2.23). Отримавши коефіцієнт τ_c , невідому ємність можна розрахувати за формулою:

$$C = \frac{\tau_c}{r}. \quad (2.24)$$

Застосування рівняння (2.22) може бути неможливим, якщо виникає випадок, коли $\tau_c = \tau_e$, тобто виникає невизначеність:

$$t_{max} = \ln\left(\frac{\tau_c}{\tau_e}\right) \cdot \frac{\tau_e \cdot \tau_c}{\tau_c - \tau_e} = \frac{0}{0}. \quad (2.25)$$

Для розкриття невизначеності (2.12) скористаємося правилом Лопіталя.

$$\lim_{t_c \rightarrow t_e} \ln\left(\frac{\tau_c}{\tau_e}\right) \cdot \frac{\tau_e \cdot \tau_c}{\tau_c - \tau_e} = \lim_{t_c \rightarrow t_e} \frac{\left(\ln\left(\frac{\tau_c}{\tau_e}\right) \cdot \tau_e \cdot \tau_c\right)'}{(\tau_c - \tau_e)'}. \quad (2.26)$$

Диференціюємо чисельник ліміту (2.25):

$$\frac{d\left(\left(\ln\left(\frac{\tau_c}{\tau_e}\right) \cdot \tau_e \cdot \tau_c\right)\right)}{d\tau_c} = \tau_e \cdot \left(1 + \tau_e \ln\left(\frac{\tau_c}{\tau_e}\right)\right). \quad (2.27)$$

Диференціюємо знаменник ліміту (2.25):

$$\frac{d(\tau_c - \tau_e)}{d\tau_c} = 1. \quad (2.28)$$

Підставляємо (2.27) та (2.28) у (2.26), отримуємо:

$$\lim_{\tau_c \rightarrow \tau_e} \frac{\tau_e \cdot \left(1 + \tau_e \ln\left(\frac{\tau_c}{\tau_e}\right)\right)}{1} = \tau_c.$$

Знайшовши ліміт за правилом Лопіталя рівняння (2.25) при умові $\tau_c = \tau_e$ набуває вигляду:

$$t_{max} = \tau_c$$

Тобто невідома ємність знаходиться за формулою:

$$C_x = \frac{t_{max}}{r}. \quad (2.29)$$

2.3 Схема вимірювання ємності

Схему для моделювання методу вимірювання представлено на рис. 2.5. Для моделювання було використано пакет програми Proteus.

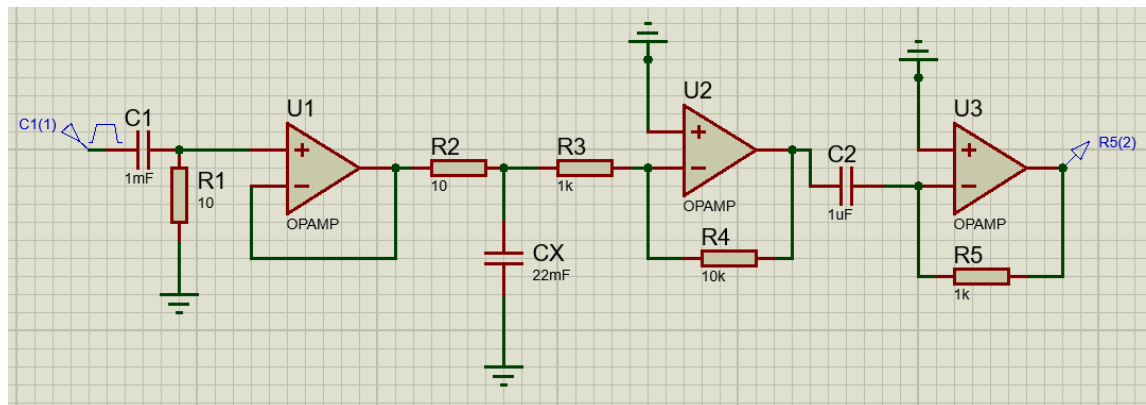


Рисунок 2.5 – Схема вимірювання ємності

Дана схема (рис. 2.5) збуджується генератором прямокутних імпульсів, з яких утворюються експоненціальні імпульси (2.1) шляхом диференціювання RC-ланкою зі сталою часу τ_e (див. рис. 2.6), далі підключається повторювач на

операційному підсилювачі, інтегруюча RC-ланка, до складу якої входить конденсатор з невідомою ємністю, підсилювач на операційному підсилювачі та диференціатор для зручності знаходження часу максимуму.

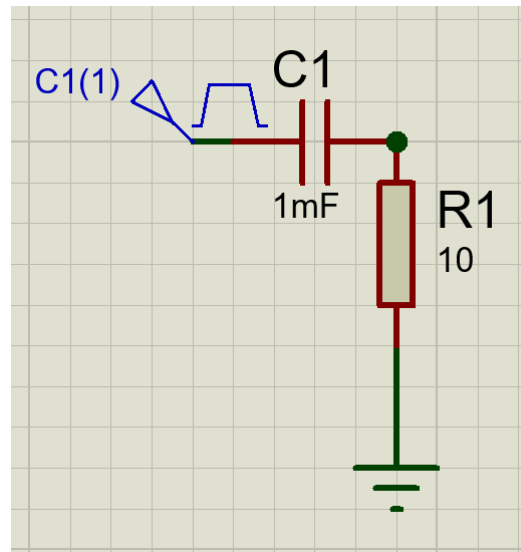


Рисунок 2.6 – Диференціююча RC-ланка

Диференціююча RC-ланка використовується для видалення постійної складової із прямокутних імпульсів генератора та генерування експоненціального сигналу. Вихідний сигнал з каскаду живлення зображено на рис. 2.7.

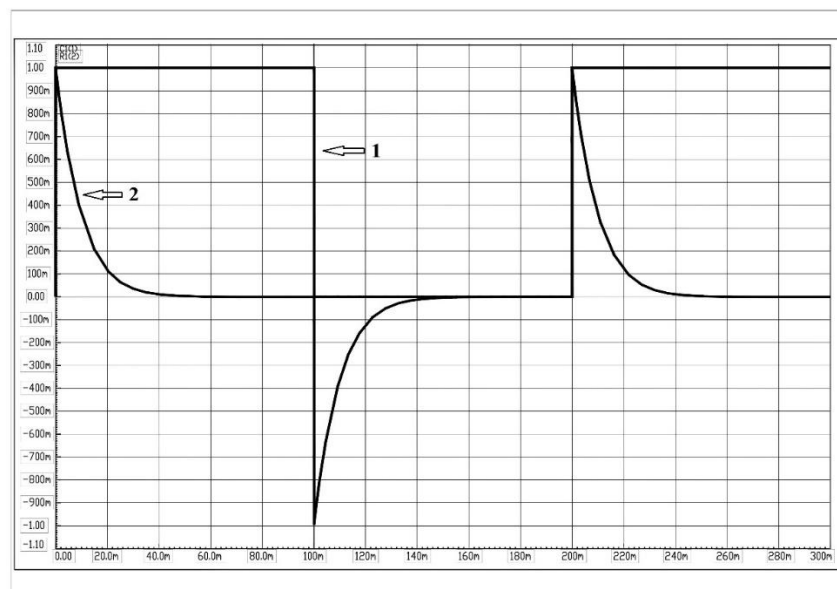


Рисунок 2.7 – Вихідний сигнал живлення (1– прямокутний імпульсний сигнал, 2– експоненціальний сигнал)

Між джерелом живлення та інтегруючою RC-ланкою знаходить повторювач $U1$ (рис. 2.8). Він призначений для усунення впливу інтегруючої ланки на форму експоненціального сигналу

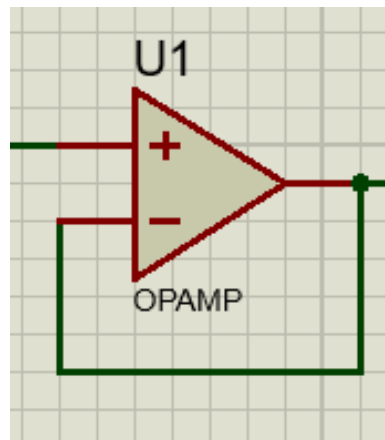


Рисунок 2.8 – Повторювач

Після інтегруючої RC-ланки увімкнений інвертуючий підсилювач на операційному підсилювачі. Він використовується для двох цілей: підсилення сигналу для більш точного визначення часу максимуму за максимальною напругою та збільшення крутизни диференційного сигналу на виході.

Інвертуючий підсилювач зображений на рисунку 2.9.

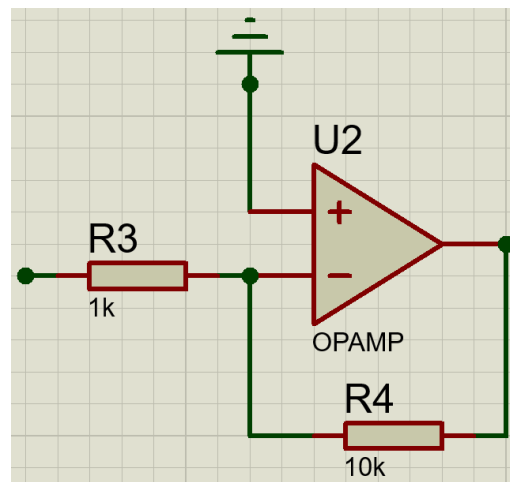


Рисунок 2.9 – Інвертуючий підсилювач

Сигнал після підсилення набуває вигляду:

$$U_{\text{вих}} = -\frac{R_4}{R_3} \cdot U_{\text{вх}}. \quad (2.30)$$

Коефіцієнт підсилення інвертуючого підсилювача розраховується за формулою:

$$K_u = -\frac{R_4}{R_3}, \quad (2.31)$$

де R_4, R_3 – опори, представлені на схемі.

Розрахуємо коефіцієнт підсилення інвертуючого підсилювача:

$$K_u = -\frac{10^4}{10^3} = -10 \quad (2.32)$$

На рисунку 2.10 зображено вихідний сигнал після підсилення.

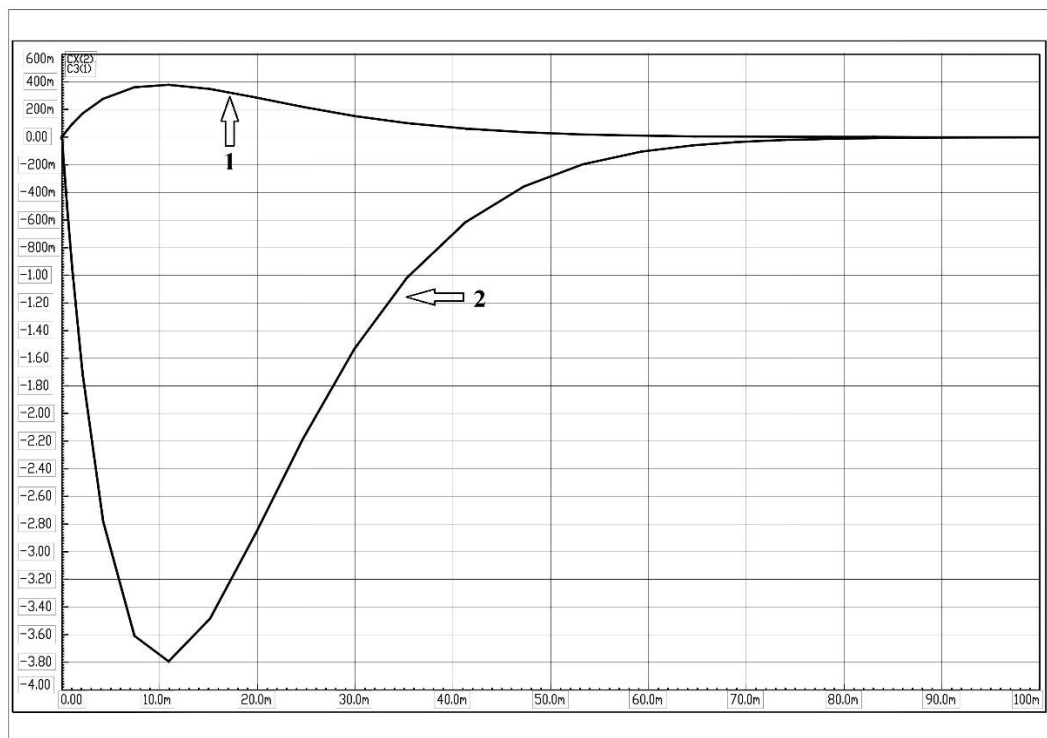


Рисунок 2.10 – Підсилення сигналу (1- сигнал на виході інтегруючої RC-ланки, 2 - сигнал на виході операційного підсилювача).

З рисунку можна побачити що вихідний сигнал інверсний та підсилений у 10 разів.

До виходу операційного підсилювача підключений інвертуючий диференціатор на операційному підсилювачі (рис. 2.11), оскільки має ряд переваг над звичайним RC-диференціатором. Цей диференціатор складається з операційного підсилювача U3, вхідної ємності C2, та резистору R5 через який проходить зворотній зв'язок з виходу операційного підсилювача на його вхід. Робота вихідного диференціатора показана на рисунку 2.12.

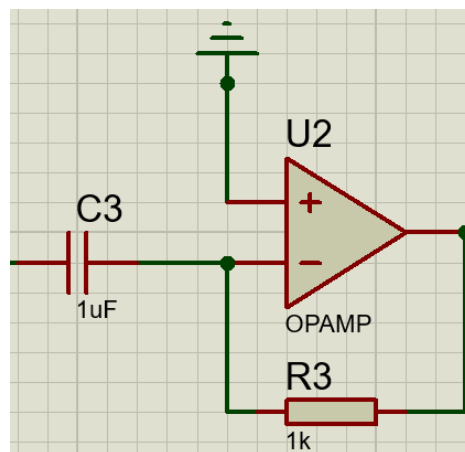


Рисунок 2.11 – Інвертуючий диференціатор на операційному підсилювачі

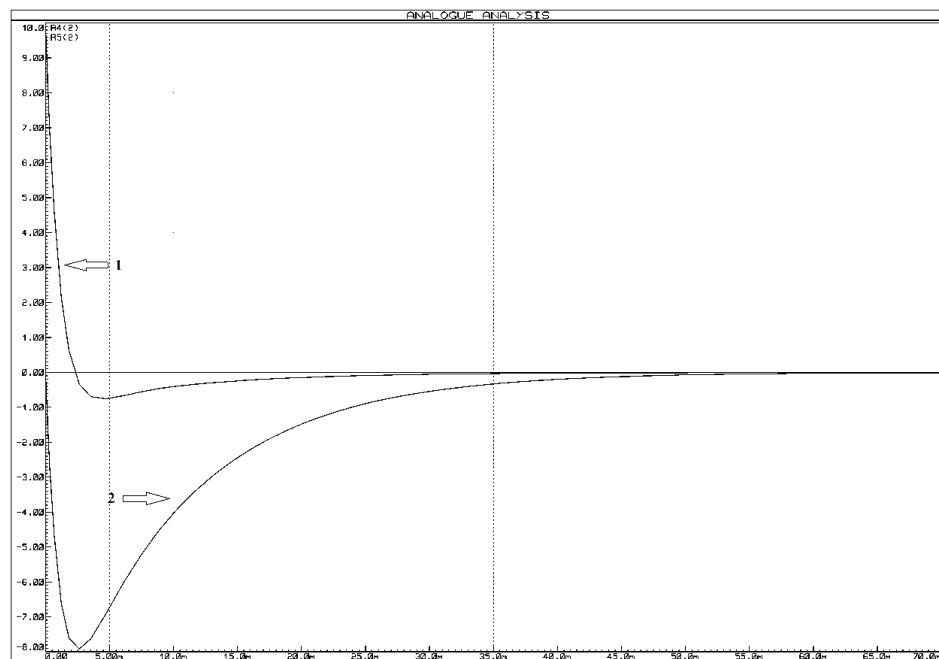


Рисунок 2.12 – 1- інверсний диференційований сигнал; 2- вхідний підсилений сигнал

Основні співвідношення диференціатора мають вигляд:

$$U_{\text{вих}} = -\tau_d \cdot \frac{dU_{\text{вх}}}{dt}, \quad (2.33)$$

де $\tau_d = R_3 \cdot C_3$ – постійна часу диференціатора.

Диференціатор потрібен для підвищення точності вимірювання часу максимуму t_{max} : на рис. 2.12 можна побачити, що у момент досягнення максимуму напруги на невідомій ємності (сигнал під номером 2), вихідний інверсний диференційований сигнал перетинає вісь часу у нулі, тим самим показуючи час, за який сигнал досягнув максимуму.

На швидкість зміни диференційованого сигналу впливає підсилювач. Зі збільшенням амплітуди вхідного сигналу на диференціатор, крутизна диференційованого сигналу буде збільшуватись. Вплив підсилення сигналу на крутизну похідної показаний на рисунку 2.13.

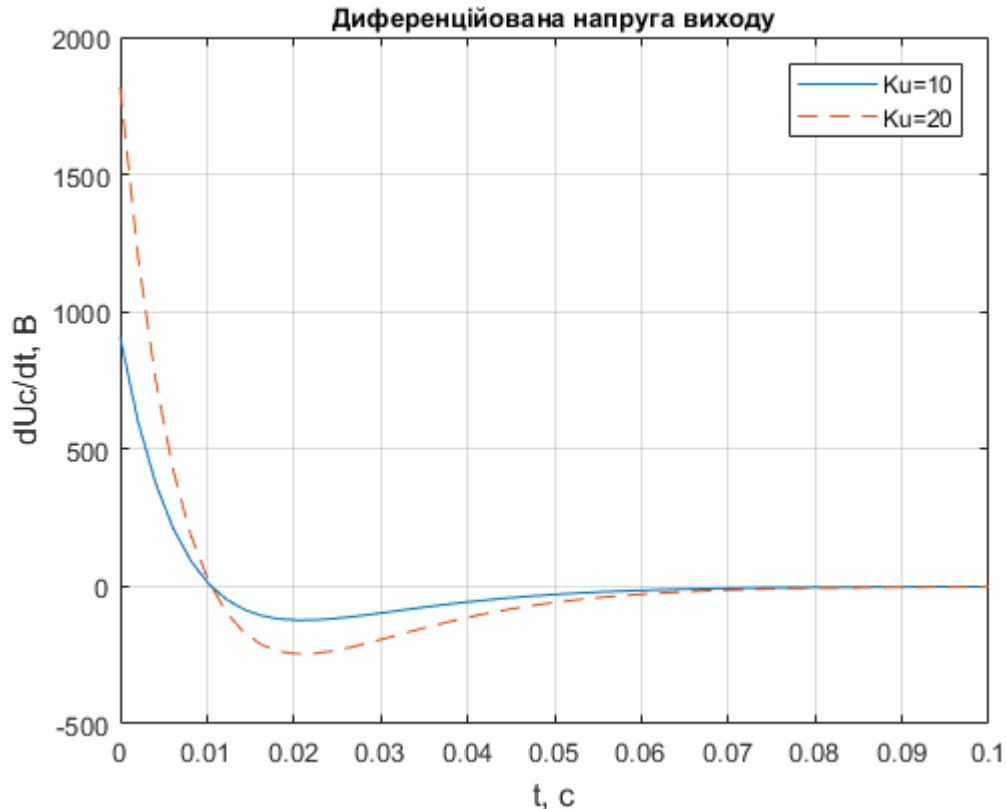


Рисунок 2.13 – Залежність крутизни сигналу від коефіцієнта підсилення операційного підсилювача

Для знаходження невідомої ємності C_x визначається час максимуму t_{max} та розв'язується нелінійне рівняння (2.23) відносно τ_c .

Для перевірки методу підключаємо «невідому» ємність номіналом $C_x = 10^{-3}\Phi$, та графічно знаходимо t_{max} (графік зображений на рис. 2.14).

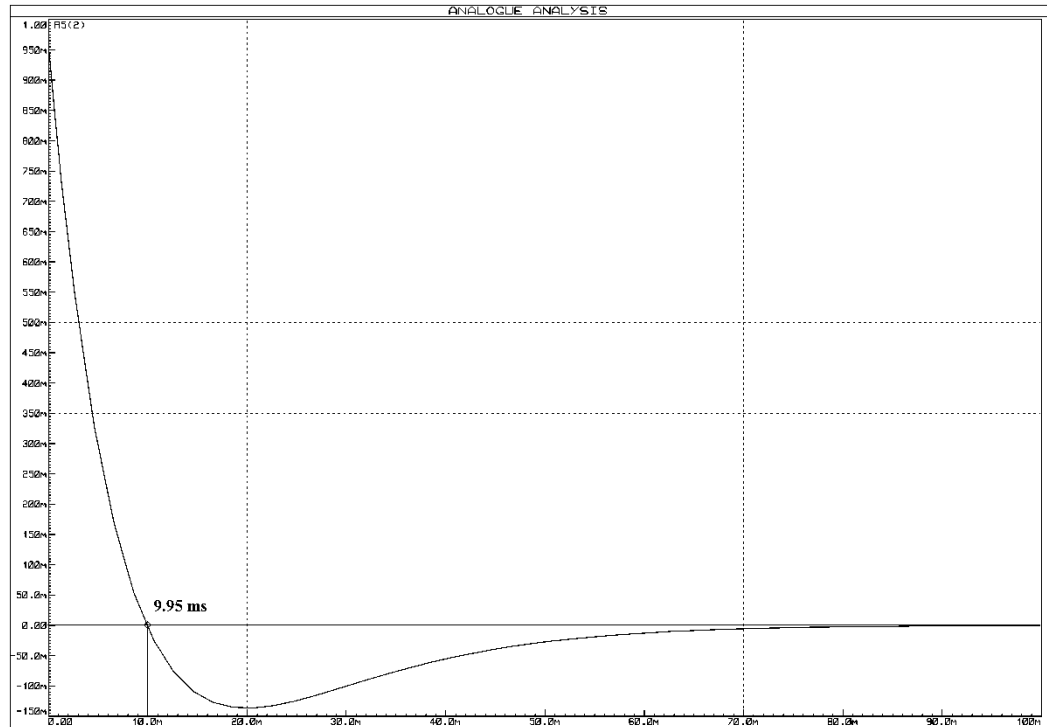


Рисунок 2.14 – Диференційований вихідний сигнал

За графічними даними $t_{max} = 9,95$ мс, тоді за допомогою функції Solve у програмі Wolfram розв'язуємо (2.23), знаючи постійну часу джерела живлення $\tau_e = 10^{-2}\text{с}$, яка визначається за номіналами компонентів схеми. Лістинг програми, за якою знайдений розв'язок рівняння (2.23), зображений на рисунку 2.8.

```
 $\tau_e = 10^{-2};$ 
 $t_{max} = 9.95 \cdot 10^{-3};$ 
ScientificForm[NSolve[Log[ $\frac{\tau_c}{\tau_e} * \frac{\tau_c * \tau_c}{\tau_c - \tau_e}$ ] - tmax == 0,  $\tau_c$ ]]
[научная запись чи... [числен... [натуральный логарифм]]]

{{ $\tau_c \rightarrow "1.01021" \times 10^{-2}"$ }}
```

Рисунок 2.8 – Лістинг коду в програмі Wolfram Mathematica для визначення τ_c .

Невідому ємність розраховуємо за формулою:

$$C_x = \frac{\tau_c}{R}, \quad (2.34)$$

де R – опір в інтегруючому RC-контурі.

Підставивши τ_c у (2.34) та знаючи опір RC-контуру $R = 10 \text{ Ом}$, маємо:

$$C_x = \frac{1.01021 \cdot 10^{-2} \text{ с}}{10 \text{ Ом}} = 1.01 \cdot 10^{-3} \text{ Ф.}$$

Розрахуємо абсолютну похибку вимірювання:

$$\Delta = C_{\text{вим}} - C_{\text{дій}}, \quad (2.34)$$

де $C_{\text{вим}}$, $C_{\text{дій}}$ – виміряна та дійсна ємності відповідно.

$$\Delta = (1.01 - 1) \cdot 10^{-3} = 0.01 \cdot 10^{-3} \text{ Ф.}$$

Тоді відносна похибка знаходиться за формулою:

$$\delta = \frac{\Delta}{C_{\text{дій}}} \cdot 100\%. \quad (2.35)$$
$$\delta = \frac{0.01 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}} \cdot 100\% = 1\%.$$

2.4 Висновки до другого розділу

У другому розділі розглянуто реакцію RC-ланки на прямокутний імпульсний сигнал, знайдено рівняння залежності напруги від часу (2.14) та побудовано графік залежності (рис. 2.3). Досліджено особливу точку реакції та виведено нелінійне рівняння знаходження невідомої ємності (2.23). Також розглянуто особливий випадок коли постійні часу диференціюючої та інтегруючої ланок однакові, виведено формулу для визначення ємності у такому випадку. Представлена аналогова схема вимірювання та обґрунтована необхідність застосування кожного її каскаду. Приведено приклад знаходження невідомої ємності та похибку вимірювання при моделюванні схеми у програмі Proteus.

3 МЕТОДИКА ВИМІРЮВАННЯ ЄМНОСТІ

3.1 Метрологічні характеристики методу

Представимо нелінійне рівняння (2.23) у вигляді:

$$f(C_x) - t_{max} = 0. \quad (3.1)$$

Для дослідження метрологічних характеристик методу для початку розв'яжемо нелінійне рівняння з заданими номіналами схеми та знайдемо час максимуму:

При $R_e = 10 \text{ Ом}$, $C_e = 10^{-3} \text{ Ф}$, $R_{rc} = 10 \text{ Ом}$, $C_x = 10^{-3}$ тобто при:

$$\tau_e = \tau_c = 10^{-2} \text{ с.}$$

З урахуванням формули (2.29) час максимуму буде дорівнювати:

$$t_{max} = 10^{-2} \text{ с.}$$

Проведемо дослідження впливу точності визначення часу максимуму t_{max} на значення знайденої ємності. Для цього змінюємо максимальний час на $\pm 1\%$ та розрахуємо похибку вимірювання ємності.

Знайдемо $\pm 1\%$ від виміряного часу максимуму:

$$\pm \Delta t_{max} = \pm \frac{10^{-2} \cdot 1\%}{100\%} = \pm 0.0001 \text{ с.} \quad (3.2)$$

Тоді час максимуму змінений на 1% дорівнюватиме:

$$t'_{max} = t_{max} + \Delta t_{max} = 1,01 \cdot 10^{-2} \text{ с.} \quad (3.3)$$

Знайдемо значення ємності використавши t'_{max} (рис. 3.1) :

```

taue = 10-2;
r = 10;
tmax = 1.01 * 10-2;

ScientificForm[NSolve[Log[ $\frac{C * r}{taue}$ ] *  $\frac{taue * r * C}{r * C - taue}$  - tmax == 0, C]]
[научная запись чи... [числен... [натуральный логарифм [генер...

{{C -> "1.02013" * 10-3}}
[генерируемая константа

```

Рисунок 3.1 – Лістинг коду в програмі Wolfram Mathematica для розв’язку C_x при збільшені t_{max} на 1%.

Знайдемо відносну похибку вимірювання за формулою:

$$\delta C_x = \frac{C_{\text{вим}} - C_{\text{дій}}}{C_{\text{дій}}} \cdot 100\% = \frac{(1.02 - 1) \cdot 10^{-3}}{10^{-3}} \cdot 100\% = 2\% \quad (3.4)$$

Занесемо розраховане значення похибки у таблицю 3.1

Таблиця 3.1 – Зв’язок похибки вимірювання часу з похибкою визначення ємності

$\delta t_{max}, \%$	$t'_{max}, \text{мс}$	$C'_x, \text{мФ}$	$\delta C_x, \%$
10	1,1	1,21	21
9	1,09	1,19	19
8	1,08	1,17	17
7	1,07	1,15	15
6	1,06	1,12	12
5	1,05	1,10	10
4	1,04	1,08	8
3	1,03	1,06	6
2	1,02	1,04	4

Продовження таблиці 3.1

1	1,01	1,02	2
0	1	1	0
-1	0,99	0,98	-2
-2	0,98	0,96	-4
-3	0,97	0,94	-6
-4	0,96	0,92	-8
-5	0,95	0,9	-10
-6	0,94	0,89	-12
-7	0,93	0,87	-13
-8	0,92	0,85	-15
-9	0,91	0,83	-17
-10	0,9	0,81	-19

За даними таблиці 3.1 побудуємо графік залежності $|\delta C_x|$ від δt_{max} (рис. 3.2)

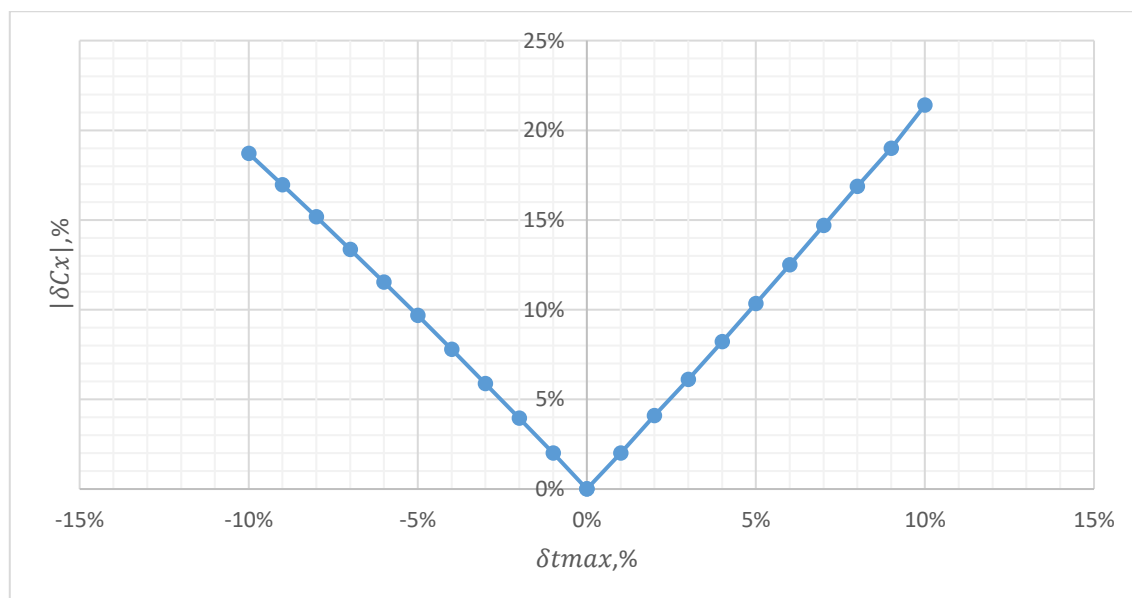


Рисунок 3.2 – Модуль відносної похибки ємності в залежності від відносної похибки часу

Аналізуючи графік можна побачити, що залежність похибки вимірювання ємності від похибки часу при $\tau_e = \tau_c$ має залежність 2:1, тобто якщо виміряний час максимуму відрізняється від теоретичного на 5%, то похибка виміряного значення ємності становить 10% від теоретичного значення.

Замінімо параметри схеми та проведемо аналогічні розрахунки.

Параметри схеми: $R_e = R_c = 10 \text{ Ом}$, $C_e = 10^{-2} \text{ Ф}$, $C_x = 10^{-6} \text{ Ф}$. Тоді постійні часу дорівнюють $\tau_e = 10^{-2} \text{ с}$, $\tau_c = 10^{-5} \text{ с}$.

Для знаходження точного часу максимуму для встановленої ємності виконаємо зворотній розрахунок, для цього використаємо формулу (2.22):

$$t_{max} = \ln\left(\frac{10^{-5}}{10^{-2}}\right) \cdot \frac{10^{-5} \cdot 10^{-2}}{10^{-5} - 10^{-2}} = 6,9145 \cdot 10^{-5} \text{ с.} \quad (3.5)$$

Аналогічно до формули (3.2) знайдемо $\pm 1\%$ від часу максимуму:

$$\pm \Delta t_{max} = \pm 6,9145 \cdot 10^{-7} \text{ с.} \quad (3.6)$$

Знайдемо збільшене на 1% значення часу:

$$t''_{max} = t_{max} + \Delta t_{max} = 6,984 \cdot 10^{-5} \text{ с.} \quad (3.7)$$

Розрахуємо значення ємності(рис. 3.3):

```

taue = 10^-2;
r = 10;
tmax = 6.984 * 10^-5;
ScientificForm[NSolve[Log[C*r/taue] * (taue*r*C)/(r*C - taue) - tmax == 0, C]]
{ {C -> "1.01172" * 10^-6} }

```

Рисунок 3.3 – Лістинг коду в програмі Wolfram Mathematica для розв’язку C_x при збільшені t_{max} на 1%.

Відносну похибку вимірювання ємності розрахуємо за формулою (3.4):

$$\delta C_x = \frac{(1,0117 - 1) \cdot 10^{-6}}{10^{-6}} \cdot 100\% = 1\% \quad (3.8)$$

Занесемо данні розрахунків у таблицю 3.2

Таблиця 3.2 – Зв'язок похибки вимірювання часу з похибкою визначення ємності

$\delta t_{max}, \%$	$t''_{max}, \text{мкс}$	$C''_x, \text{мкФ}$	$\delta C_x, \%$
10	0,761	1,118	12
9	0,754	1,106	11
8	0,747	1,094	9
7	0,740	1,083	8
6	0,733	1,071	7
5	0,726	1,059	6
4	0,719	1,047	5
3	0,712	1,035	3
2	0,705	1,023	2
1	0,698	1,012	1
0	0,692	1	0
-1	0,691	0,98	-1
-2	0,685	0,96	-2
-3	0,678	0,94	-3
-4	0,664	0,92	-5
-5	0,657	0,9	-6
-6	0,650	0,89	-7
-7	0,643	0,87	-8
-8	0,636	0,85	-9

Продовження таблиці 3.2

-9	0,629	0,83	-10
-10	0,622	0,81	-12

За даними таблиці 3.2 побудуємо графік залежності $|\delta C_x|$ від δt_{max} (рис. 3.4)

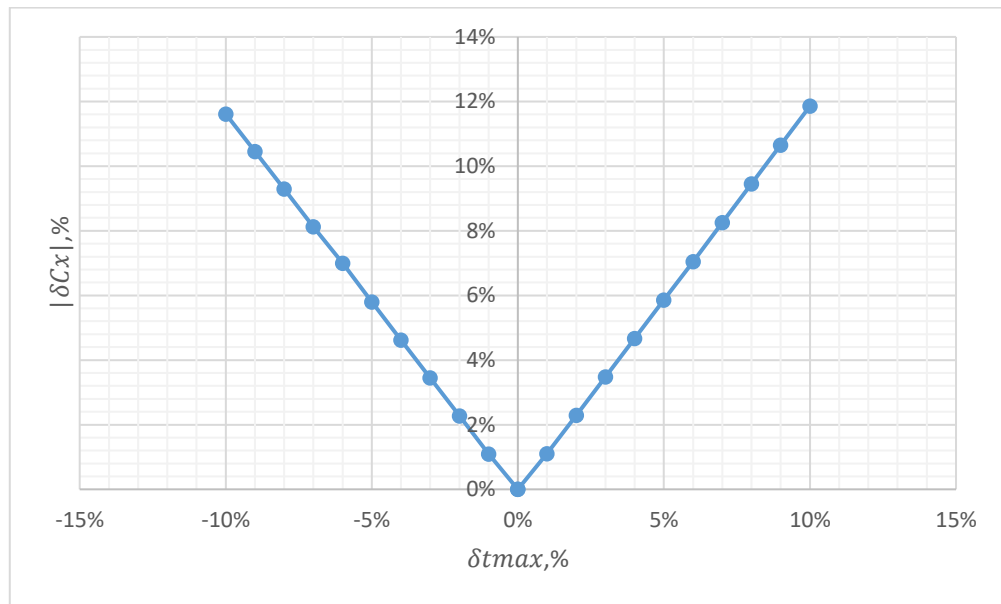


Рисунок 3.4 – Модуль відносної похибки ємності в залежності від відносної похибки часу

Замінімо параметри схеми та проведемо аналогічні розрахунки.

Параметри схеми: $R_e = R_c = 10 \text{ Ом}$, $C_e = 10^{-2} \text{ Ф}$, $C_x = 10^{-9} \text{ Ф}$. Тоді постійні часу дорівнюють $\tau_e = 10^{-2} \text{ с}$, $\tau_c = 10^{-8} \text{ с}$.

Час максимуму для таких параметрів схеми відповідно до формули (2.22) дорівнює:

$$t_{max} = 1,3816 \cdot 10^{-7} \text{ с.} \quad (3.9)$$

Відповідно до формул (3.2), (3.3) розрахуємо необхідні значення та занесемо до таблиці 3.3

$$\pm \Delta t_{max} = \pm 1,3816 \cdot 10^{-9}.$$

$$t'''_{max} = t_{max} + \Delta t_{max} = 1,3954 \cdot 10^{-7} \text{ с.} \quad (3.10)$$

Розрахуємо значення ємності(рис. 3.5):

```
taue = 10-2;
r = 10;
tmax = 1.3954 * 10-7;
ScientificForm[NSolve[Log[ $\frac{C * r}{taue}$ ] *  $\frac{taue * r * C}{r * C - taue}$  - tmax == 0, C]]
{ {C -> "1.01081" * 10-9 } }
```

Рисунок 3.5 – Лістинг коду в програмі Wolfram Mathematica для розв’язку C_x при збільшені t_{max} на 1%.

Відповідно до формули (3.4) відносна похибка становить:

$$\delta C_x = \frac{(1,01081 - 1) \cdot 10^{-9}}{10^{-9}} \cdot 100\% = 1\% \quad (3.11)$$

Занесемо розраховані дані до таблиці 3.3.

Таблиця 3.3 – Зв’язок похибки вимірювання часу з похибкою визначення ємності

$\delta t_{max}, \%$	$t'''_{max}, \text{мкс}$	$C'''_x, \text{нФ}$	$\delta C_x, \%$
10	15,20	1,108	12
9	15,05	1,10	11
8	14,92	1,09	9
7	14,78	1,08	8
6	14,64	1,07	7

Продовження таблиці 3.3

5	14,50	1,05	6
4	14,37	1,04	5
3	14,23	1,03	3
2	14,09	1,02	2
1	13,95	1,01	1
0	13,82	1	0
-1	13,68	0,99	-1
-2	13,54	0,98	-2
-3	13,40	0,97	-3
-4	13,26	0,96	-5
-5	13,13	0,95	-6
-6	12,99	0,94	-7
-7	12,85	0,93	-8
-8	12,71	0,91	-9
-9	12,57	0,90	-10
-10	12,43	0,89	-12

За даними таблиці 3.3 побудуємо графік залежності $|\delta C_x|$ від δt_{max} (рис. 3.6)

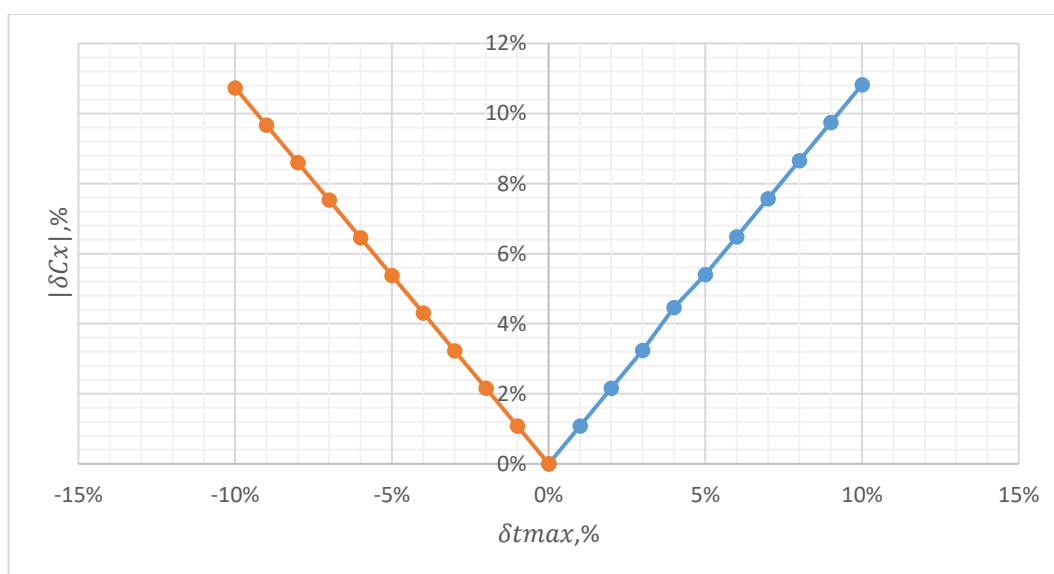


Рисунок 3.6 – Модуль відносної похибки ємності в залежності від відносної похибки часу

Для аналізу побудуємо всі залежності на одному рисунку 3.7.

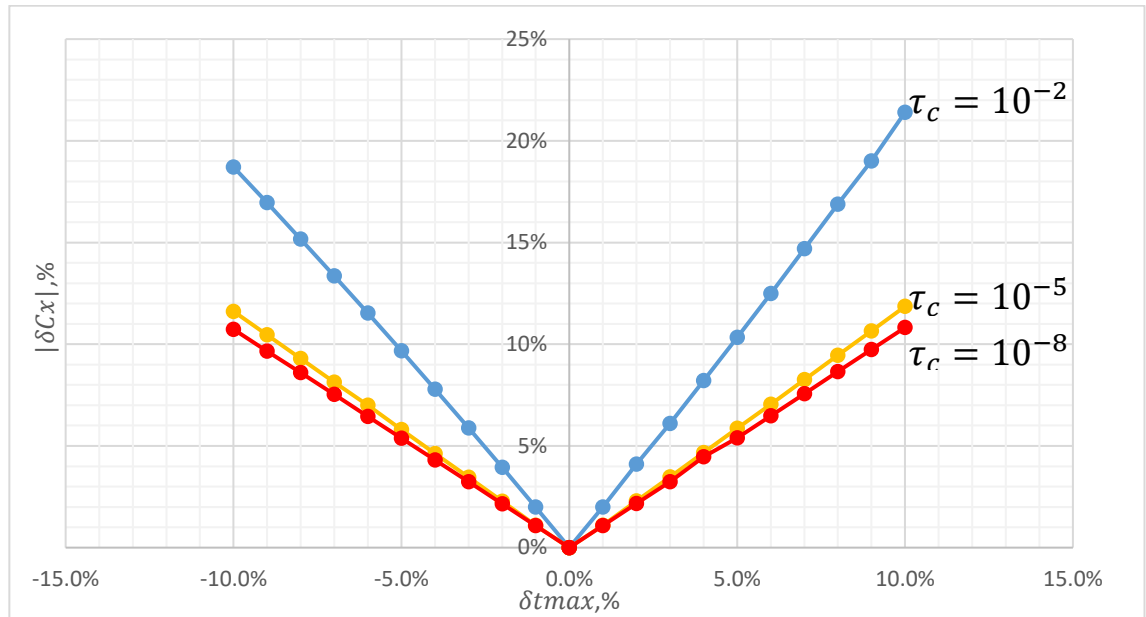


Рисунок 3.7 – Модуль відносної похибки ємності в залежності від відносної похибки часу для різних номіналів ємності

З рисунку 3.7 ми бачимо, що похибка зменшується при зменшенні постійної часу RC-ланки τ_c . Це означає, що за великої різниці між постійною часу джерела живлення та постійною часу RC-ланки точність методу вимірювання збільшується.

3.2 Тестування методу за допомогою симуляторів

Проаналізуємо схему вимірювання ємності за допомогою пакету програм Proteus. Для цього побудуємо схему вимірювання з параметрами, які використовуються на практиці. Схема складається з генератора прямокутних імпульсів, диференціатора, повторювача на операційному підсилювачі та інтегруючої ланки.

Параметри схеми вимірювання:

- 1) Диференціююча RC-ланка: $R=620 \text{ Ом}$, $C=22 \text{ нФ}$;

2) Інтегруюча RC-ланка: $R=820\text{ Ом}$, $C=47\text{нФ}$.

3) Генератор прямокутних імпульсів: $U_{max} = 1\text{ В}$, $T = 200\text{мс}$, $t_i = 100\text{мс}$

Схема дослідження представлена на рисунку 3.8.

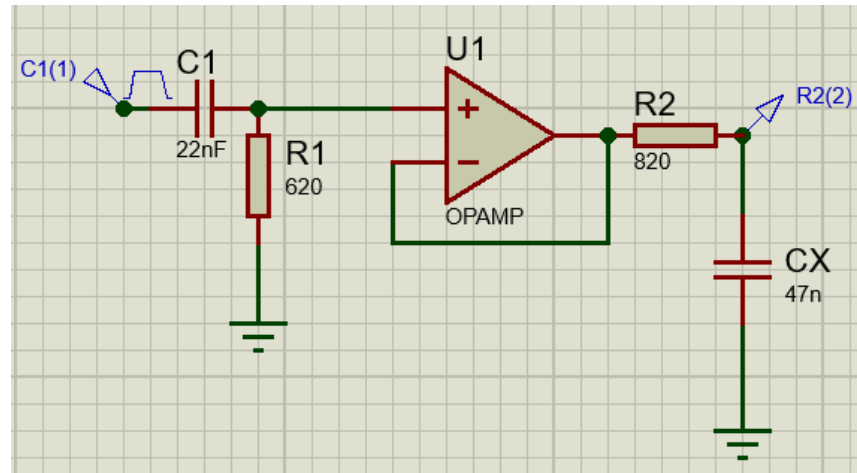


Рисунок 3.8 – Схема дослідження, застосована у натурному експерименті, побудована в програмі Proteus

На вхід подаємо прямокутний імпульсний сигнал представлений на рисунку 3.9.

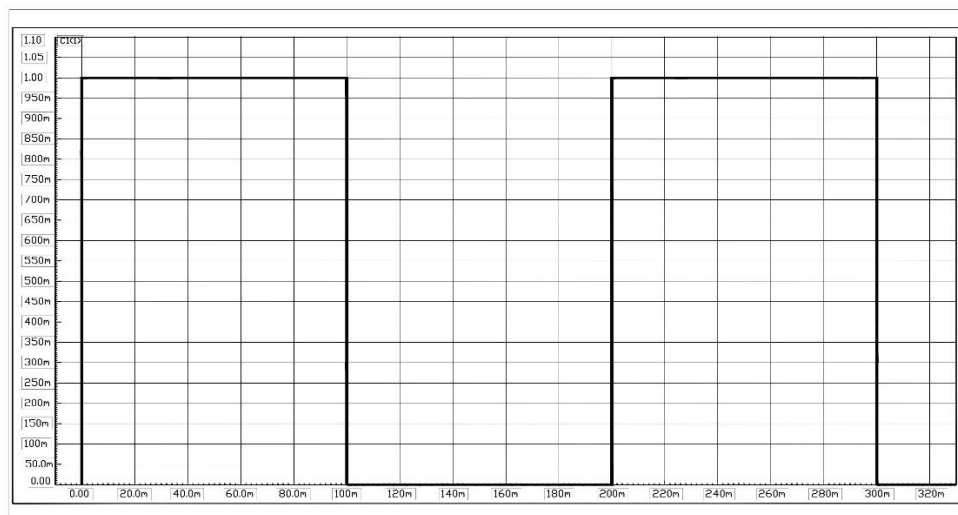


Рисунок 3.9 – Сигнал з генератора прямокутних імпульсів

Проходячи через диференціатор сигнал набуває експоненціального вигляду, представленого на рисунку 3.10.

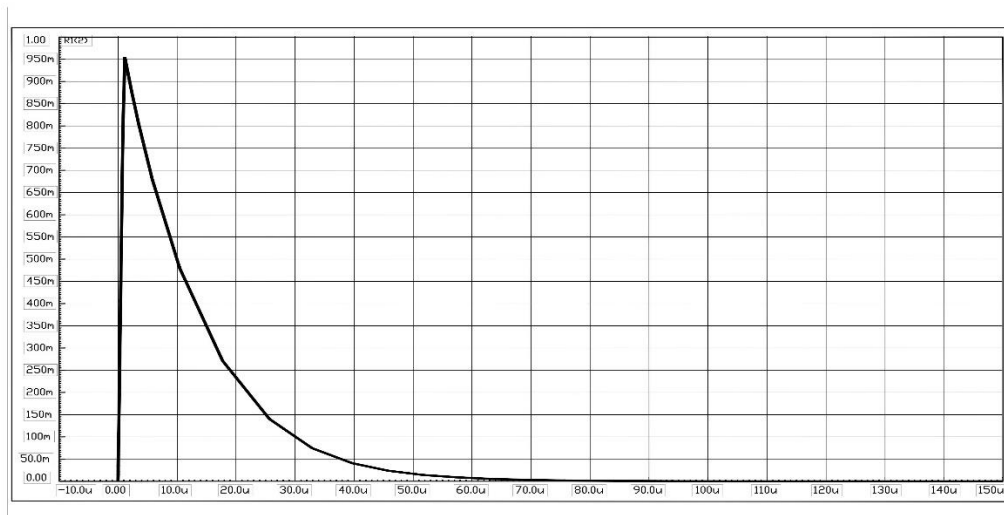


Рисунок 3.10 – Диференційований прямокутний імпульсний сигнал (передній фронт)

Повторювач $U1$ слугує для усунення впливу інтегруючої ланки на диференціюючу, вихідний сигнал з повторювача показаний на рисунку 3.11. Цей сигнал використовується для збудження інтегруючої ланки.

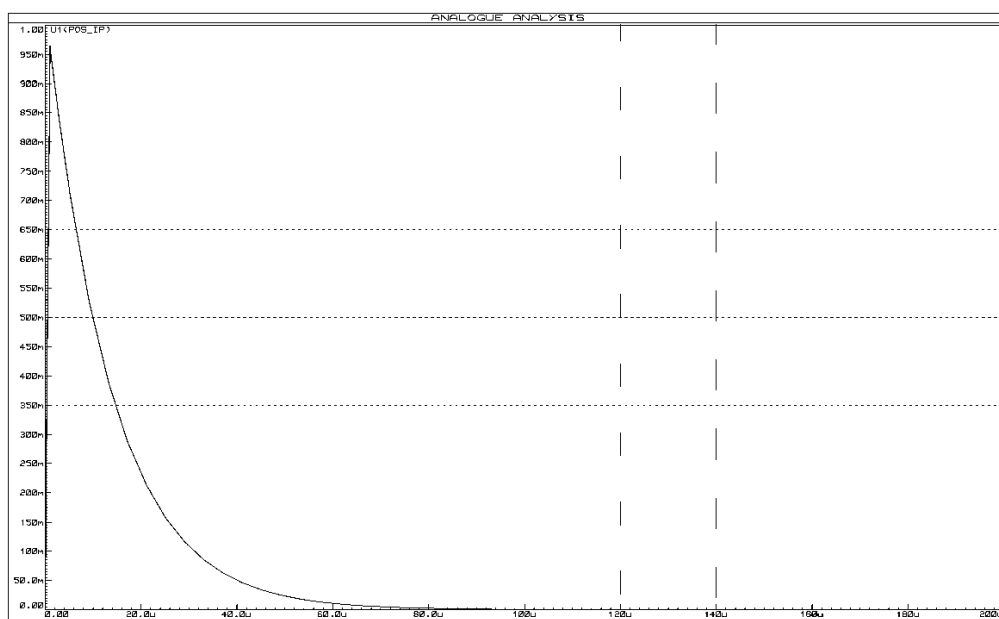


Рисунок 3.11 – Вихідний сигнал повторювача

Реакція інтегруючої ланки зображена на рис. 3.12. Знайдемо час максимуму для подальшого розрахунку невідомої ємності.

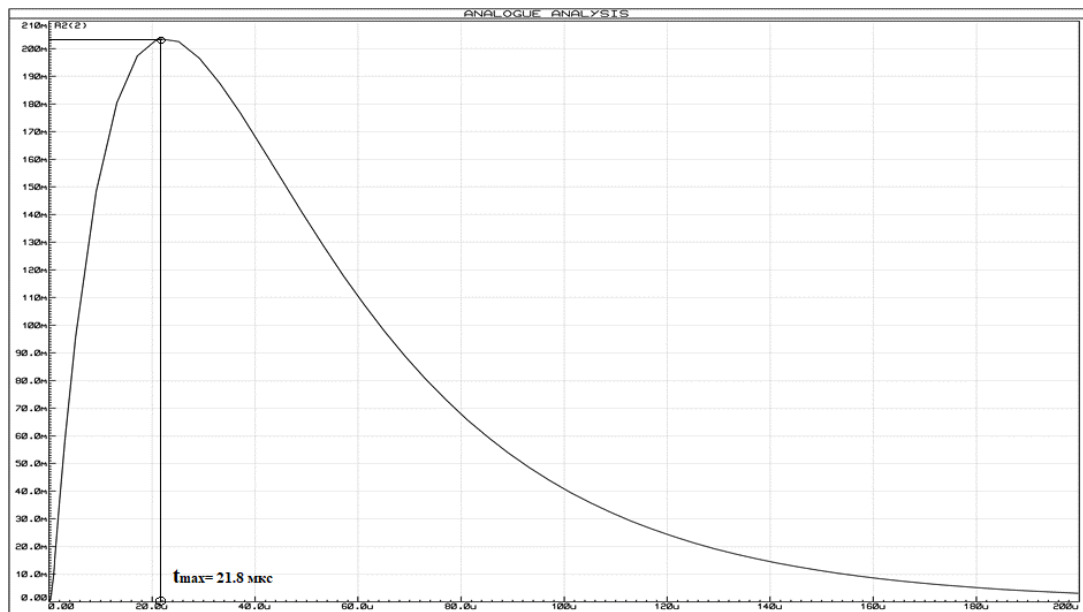


Рисунок 3.12 – Реакція інтегруючої RC-ланки на експоненціальний сигнал

За даними рисунку 3.12 графічно визначено час при якому напруга реакції дорівнюватиме максимальній. $t_{max} = 21.8$ мкс

Розв'яжемо нелінійне рівняння (2.23) для знаходження невідомої ємності, використовуючи знайдений час максимуму з рис. 3.12.

Розв'язок зображено на рисунку 3.13.

```

taue = 13.64 * 10-6;
r = 820;
tmax = 21.8 * 10-6;

ScientificForm[NSolve[Log[ $\frac{C * r}{taue}$ ] *  $\frac{taue * r * C}{r * C - taue}$  - tmax == 0, C]]
[научная запись чи... [числен... [натуральный логарифм [генер...

ScientificForm=
{ { C → 4.63389 × 10-8 } }

```

Рисунок 3.13 – Лістинг коду в програмі Wolfram Mathematica для розв'язку C_x при графічно знайденому t_{max}

Розв'яжемо зворотнє рівняння для знаходження теоретично правильного часу максимуму, використовуючи формулу (2.22), $\tau_c = 820 \cdot 47 \cdot 10^{-9} = 3,854 \cdot 10^{-5}$ с.

$$t_{max} = \ln\left(\frac{38,54 \cdot 10^{-6}}{13,64 \cdot 10^{-6}}\right) \cdot \frac{38,54 \cdot 10^{-6} 13,64 \cdot 10^{-6}}{38,54 \cdot 10^{-6} - 13,64 \cdot 10^{-6}} = 21,93 \cdot 10^{-6} \text{с.} \quad (3.12)$$

Знайдемо абсолютну та відносну похибки вимірювання для ємності та часу максимуму за формулами (2.34) та (2.35):

$$\Delta t_{max} = 21,8 \text{ мкс} - 21,93 \text{ мкс} = -0,13 \text{ мкс} \quad (3.13)$$

$$\Delta C_x = 46,34 \text{ нФ} - 47 \text{ нФ} = -0,66 \text{ нФ} \quad (3.14)$$

Тоді відносна похибка вимірювання становить:

$$\delta t_{max} = \frac{-0,13 \text{ мкс}}{21,93 \text{ мкс}} \cdot 100\% = -0,59\% \quad (3.15)$$

$$\delta C_x = \frac{-0,66 \text{ нФ}}{47 \text{ нФ}} \cdot 100\% = -1,4\% \quad (3.16)$$

3.3 Вимірювання ємності за допомогою осцилографа

Для вимірювання ємності за допомогою осцилографа побудовано коло, блок-схема якого зображена на рисунку 3.14.

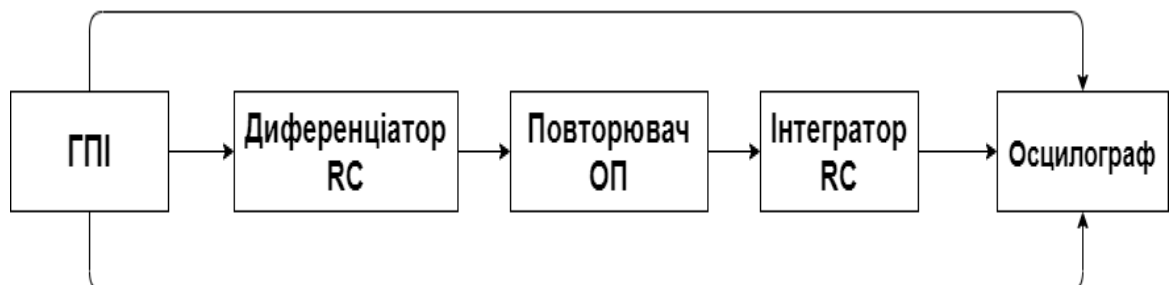


Рисунок 3.14 – Блок-схема вимірювання ємності

На вхід підключено генератор прямокутних імпульсів, сигнал з генератора подається на диференціюючу RC-ланку, далі проходить через повторювач для усунення впливу інтегруючої ланки на сигнал, потім потрапляє на інтегратор та виходить до осцилографа.

На практиці використовувались компоненти схеми з такими параметрами:

- 1) Диференціююча RC-ланка: $R=620\text{ Ом}$, $C=22\text{ нФ}$;
- 2) Інтегруюча RC-ланка: $R=820\text{ Ом}$, $C=47\text{ нФ}$.

Досліджуваний сигнал з генератора прямокутних імпульсів показано на рисунку 3.15.

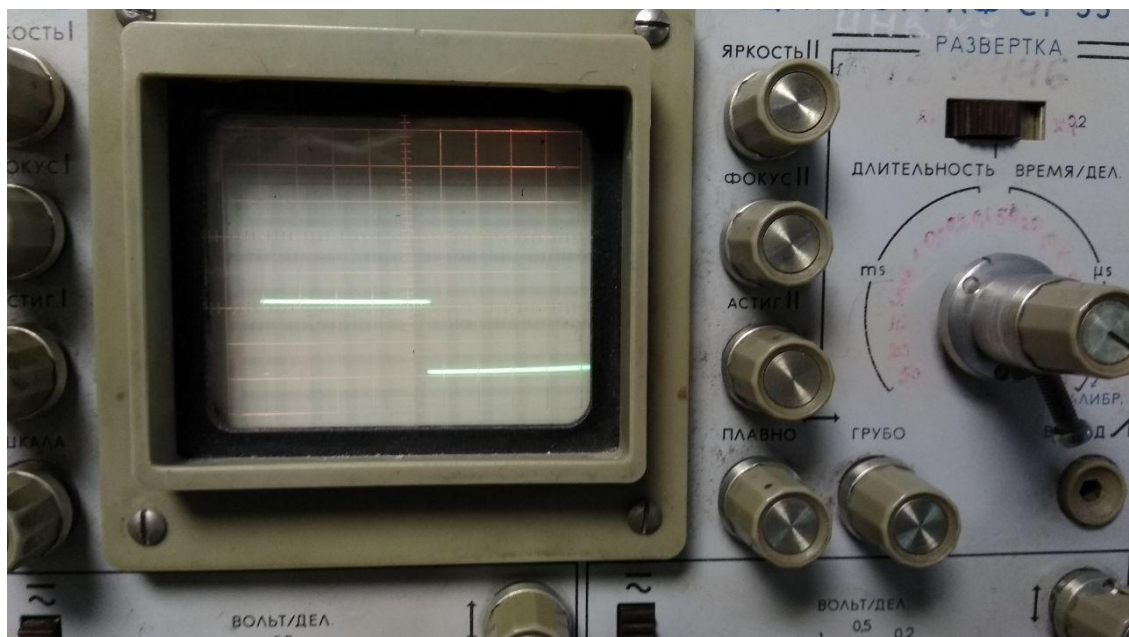


Рисунок 3.15 – Сигнал генератора прямокутних імпульсів

Сигнал, проходячи через диференціюючу RC-ланку, позбувається постійної складової та набуває експоненціального вигляду. Реакцію інтегруючої RC-ланки на експоненціальний сигнал показано на рисунку 3.16.

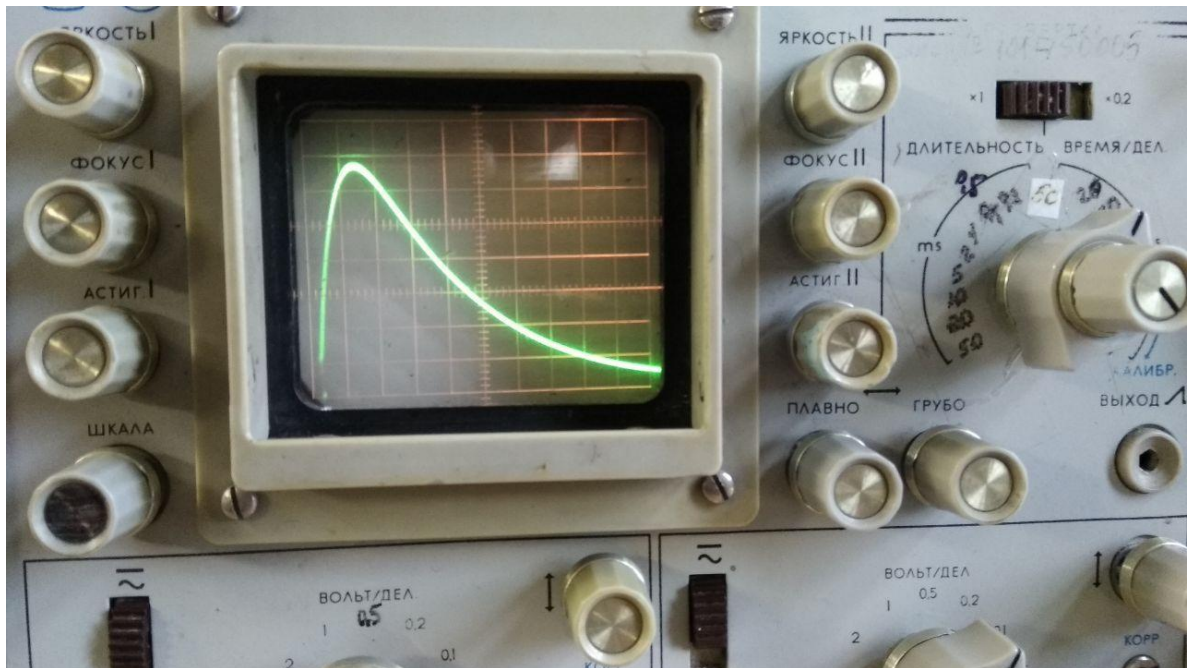


Рисунок 3.16 – Реакція інтегруючої RC-ланки на експоненціальний сигнал

За даними рисунку 3.16 при проведенні експерименту графічно було визначено час максимуму. На рисунку можна побачити, що максимум знаходиться на відстані 1.1 клітинки, оскільки на осцилографі параметр час/ділення становить 20мкс

$$t_{max} = 1.1 \cdot 20\text{мкс} = 22 \text{ мкс} \quad (3.17)$$

Для підтвердження правильності методу скористаємося формулами для знаходження невідомої ємності та за зворотним розв'язком знайдемо теоретично правильний час максимуму.

Для початку знайдемо виміряне значення ємності, для цього скористаємося параметрами компонентів які були використані для дослідження:

$$\tau_e = 620 \cdot 22 \cdot 10^{-9} = 13,64 \text{ мкс} \quad (3.18)$$

Підставляючи (3.17) та (3.18) у формулу розрахунку невідомої ємності (2.23) за допомогою засобів Wolfram Mathematica визначимо виміряну ємність. Розрахунок невідомої ємності зображено на рисунку 3.17.

```

taue = 13.64 * 10-6;
r = 820;
tmax = 22 * 10-6;

ScientificForm[NSolve[Log[ $\frac{C * r}{taue}$ ] *  $\frac{taue * r * C}{r * C - taue}$  - tmax == 0, C]]
[научная запись чи... [числен... [натуральный логарифм [генер]

ScientificForm=
{ { C → 4.73694 × 10-8 } }

```

Рисунок 3.17 – Лістинг коду в програмі Wolfram Mathematica для розв’язку C_x при експериментально визначеному часі максимуму

За даними розрахунку невідома ємність становить 47,37 нФ. Теоретично правильний час максимуму $t_{max} = 21,93$ мкс.

Знайдемо абсолютну та відносну похибки вимірювання для ємності та часу максимуму за формулами (2.34) та (2.35):

$$\Delta_{t_{max}} = 22 \text{ мкс} - 21,93 \text{ мкс} = 0,07 \text{ мкс} \quad (3.19)$$

$$\Delta_{C_x} = 47,37 \text{ нФ} - 47 \text{ нФ} = 0,37 \text{ нФ} \quad (3.20)$$

Тоді відносна похибка вимірювання становить:

$$\delta t_{max} = \frac{0.07 \text{ мкс}}{21,93 \text{ мкс}} \cdot 100\% = 0,32\% \quad (3.21)$$

$$\delta C_x = \frac{0,37 \text{ нФ}}{47 \text{ нФ}} \cdot 100\% = 0.79\% \quad (3.22)$$

3.4 Вимірювання ємності за допомогою цифрових технологій

Блок-схема для вимірювання ємності за допомогою цифрових технологій представлена на рисунку 3.18.



Рисунок 3.18 – Блок-схема цифрового вимірювача ємності

Блок-схема представляє собою запропоновану схему вимірювання (див. рис. 2.5) з використанням цифрових технологій у вигляді мікроконтролера та цифрового дисплею.

На мікроконтролер поступає сигнал з диференціатора, вимірюється значення часу максимуму та за допомогою запрограмованого розв’язку нелінійного сигналу розраховує невідому ємність та подає значення на дисплей. Значення ємності ми можемо побачити на цифровому дисплеї.

3.5 Висновки до третього розділу

У третьому розділі досліджено метрологічні характеристики методу, розраховано вплив похибки вимірювання часу максимуму на похибку знайденого значення невідомої ємності. Було проведено аналіз впливу сталих часу RC-ланок та визначено, що при збільшенні різниці між постійною часу експоненціального сигналу та постійною часу інтегруючої ланки похибка зменшується. При рівних значеннях сталих часу співвідношення похибок становить 1:2 при похибці вимірювання часу максимуму в 1% похибка визначення невідомої ємності складає 2%. При відношенні сталих з різницею 10^{-6} , відношення похибок визначення ємності зменшується і становить 1:1.2.

Проаналізовані результати натурного експерименту за допомогою осцилографа та представлено цифрове моделювання експерименту з фактичними параметрами за допомогою програми Proteus. Похибка визначення ємності у натурному експерименті становить менш ніж один відсоток.

ВИСНОВКИ

У роботі досліджено метод вимірювання ємності за реакцією інтегруючої RC-ланки на збуджуючий сигнал, який змінюється у часі за експоненціальним законом. Проведено математичне обґрунтування можливості вимірювання ємності з застосуванням методів теорії електронних кіл та обчислювальної математики.

Розроблено аналогову електронну схему, яка призначена для отримання сигналу, координати особливої точки якого використовуються для визначення ємності. Розглянуто дві методики вимірювання ємності у ручному режимі за допомогою осцилографа та у автоматизованому режимі за допомогою цифрової обробки сигналу. Приведено блок-схеми вимірювання ємності у ручному режимі та за допомогою цифрових технологій з використанням мікроконтролера.

Проведено аналіз метрологічних характеристик методу вимірювання та визначено вплив сталих часу RC-ланок на похибку визначення ємності. Представлена методика вимірювання ємності випробувана за допомогою симуляторів EveryCircuit, Proteus та шляхом натурного експерименту. Результати експериментів підтверджують теоретичні передумови.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Електроніка та електромонтажні роботи для початківців. – Режим доступу до ресурсу : <http://podvi.ru/elektrokompanenty/naznachenie-kondensatora-i-princip-ego-raboty.html>
2. Електричний конденсатор. – Режим доступу до ресурсу :
https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D0%B4%D0%B5%D0%BD%D1%81%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%80#%D0%9A%D0%BE%D0%BD%D1%81%D1%82%D1%80%D1%83%D0%BA%D1%86%D0%B8%D1%8F_%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D0%B4%D0%B5%D0%BD%D1%81%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%B0
3. Вимірювання параметрів конденсаторів: – Режим доступу до ресурсу :
http://zpostbox.ru/izmerenie_parametrov_kondensatorov.html
4. Методи вимірювання ємності та індуктивності. – Режим доступу до ресурсу : https://studopedia.ru/view_misi.php?id=63
5. Електротехніка. – Режим доступу до ресурсу :
<https://electrono.ru/peremennyj-tok/52-kondensatory-ix-naznachenie-i-ustrojstvo>
6. Метрология и радиоизмерения : учебник / И.В. Лютиков, А.Н. Фомин, В.А. Леусенко [и др.] ; под общ. ред. Д.С. Викторова. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2016. – 508 с. – ISBN 978-5-7638-3477-2.
7. Мостовий метод вимірювання. – Режим доступу до ресурсу :
<https://studfile.net/preview/3137435/>
8. Мостове вимірювання. – Режим доступу до ресурсу :
<http://electricalschool.info/spravochnik/izmeren/1436-mostovye-izmereniya.html>

9. Вимірювання параметрів резонансним методом. – Режим доступу до ресурсу : <https://studfile.net/preview/913260/page:2/>
- 10.Енциклопедія машинобудування. Балістичний метод. – Режим доступу до ресурсу : <https://mash-xxl.info/info/329416/>
- 11.Операторний метод аналізу перехідних процесів. – Режим доступу до ресурсу : <https://siblec.ru/radiotekhnika-i-elektronika/teoriya-elektricheskikh-tsepej/7-operatornyj-metod-analiza-perekhodnykh-protseessov-v-linejnykh-tsepyakh>
- 12.Операторний метод розрахунку перехідних процесів. – Режим доступу до ресурсу : <https://www.toehelp.ru/theory/toe/lecture27/lecture27.html>
- 13.Операторний метод. – Режим доступу до ресурсу : https://studme.org/99659/tehnika/operatornyy_metod
- 14.Генераторний метод вимірювання параметрів кіл. – Режим доступу до ресурсу : https://studopedia.ru/8_38922_generatorniy-metod-izmereniya-parametrov-tsepey.html
- 15.Компенсаційний метод вимірювання. – Режим доступу до ресурсу : <https://studfile.net/preview/6264756/page:21/>